МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
И ЛИКВИДАЦИИ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

УРАЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ
СЛУЖБЫ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**Методические указания и задания
к контрольным расчетно-графическим работам
для слушателей очной и заочной форм обучения**

ЧАСТЬ I

**Екатеринбург
2007**

Методические указания и задания к контрольным расчетно-графическим работам по курсу «Прикладная механика». Часть I– Екатеринбург: Уральский институт ГПС МЧС России, 2007. – 45 с.

Составители: кандидат технических наук, доцент В.В. Бажутин; кандидат технических наук, старший лейтенант внутренней службы Т.А. Юдакова.

Рецензенты:

доцент кафедры «Механика» Российского государственного профессионально-педагогического университета, кандидат технических наук, доцент И.В. Киршин;

доцент кафедры «Пожарная техника», подполковник внутренней службы, кандидат сельскохозяйственных наук А.В. Филиппов.

Методические указания разработаны в соответствии с программой курса «Прикладная механика» и предназначены для слушателей очной и заочной форм обучения Уральского института ГПС МЧС России.

Представлены варианты заданий контрольных расчетно-графических работ и методика их выполнения, а также приведены примеры решения этих задач.

Рекомендовано методическим советом УрИ ГПС МЧС России.

Содержание

Введение

Курс «Прикладная механика» является основой формирования инженерного мышления слушателей и курсантов Уральского института ГПС МЧС РФ и структурно состоит из двух частей: 1-я – теоретическая механика, 2-я – сопротивление материалов.

В первой части курса «Прикладная механика» слушатели изучают теоретическую механику, которая структурно состоит из трех разделов: статика, кинематика и динамика.

При изучении теоретической механики следует пользоваться тематическим планом курса, приведенном в рабочей программе курса. В этом плане указаны параграфы рекомендуемого учебника, в котором освещены все вопросы курса, подлежащие изучению. В соответствии с программой слушатели выполняют две контрольные расчетно-графические работы по соответствующим разделам теоретической механики.

Для изучения курса необходимо иметь соответствующую математическую подготовку. Во всех разделах, начиная со статики, широко используется векторная алгебра. Необходимо уметь вычислять проекции векторов на координатные оси, находить геометрически (построением векторного треугольника или многоугольника) и аналитически (по проекциям на координатные оси) сумму векторов, вычислять скалярное и векторное произведение двух векторов и знать свойства их произведений, в кинематике и динамике – дифференцировать векторы. Надо также уметь свободно пользоваться системой прямоугольных декартовых координат на плоскости и в пространстве, знать, что такое единичные векторы (орты) этих осей и как выражаются составляющие вектора по координатным осям с помощью ортов.

Для изучения кинематики надо совершенно свободно уметь дифференцировать функции одного переменного, строить графики этих функций, быть знакомым с понятиями о естественном трехграннике, кривизне кривой и радиусе кривизны, знать основы теории кривых второго порядка, изучаемой в аналитической геометрии

Для изучения динамики надо уметь находить интегралы (неопределенные и определенные) от простейших функций и вычислять частные производные.

Изучать материал рекомендуется по главам (параграфам) рекомендованного учебника. Сначала следует прочитать весь материал темы (параграфа), особенно не задерживаясь на том, что показалось не совсем понятным; часто это становится понятным из последующего. Затем надо вернуться к местам, вызвавшим затруднения, и внимательно разобраться в том, что было неясно. Особое внимание при повторном чтении обратите на формулировки соответствующих определений, теорем и т.п. (они обычно бывают набраны в учебнике курсивом или разрядкой); в точных формулировках, как правило, бывает существенно слово, и очень полезно понять, почему данное положение сформулировано именно так. Однако не следует стараться заучивать формулировки; важно понять их смысл и уметь изложить его своими словами.

Убедившись, что теоретический материал усвоен, переходите к решению задач, предварительно разобрав приведенные в учебнике примеры. Для закрепления материала курса и приобретения практических навыков следует решить рекомендованные в тематическом плане курса задачи.

Каждую контрольную работу необходимо выполнять на листах бумаги формата А-4, чернилами (не красными), четким почерком с полями 40 мм с левой стороны страницы для замечаний рецензента. В конце решения каждой задачи оставлять чистый лист для указаний рецензента. Титульный лист каждой работы оформляется по утвержденной в Институте форме (Приложение1).

Допускается оформление контрольной работы в печатном и в электронном вариантах (с предоставлением дискеты). Для электронной версии формат файла – Microsoft Word, параметры шрифта – Times New Roman, кегль 14, интервал 1,0.

Выполняя контрольные работы, необходимо полностью переписать текст каждой задачи и карандашом аккуратно сделать соответствующий чертеж, на котором указываются численные значения заданных величин.

Расчетные схемы и числовые данные каждой задачи выбираются в соответствии с учебным шифром, определяемым тремя последними цифрами номера зачетной книжки слушателя. По цифрам шифра определяются **строки,** а порядковые номера цифр в шифре определяют **столбцы** в таблице с данными задачи. На пересечении соответствующих строк и столбцов определяются условия для индивидуального варианта задачи.

Например, для учебного шифра 386 из таблицы 1 для решения задачи следует взять: условие №1, схема VI (по *рис. 1*), углы $\alpha=75^0$, $\beta=45^0$, $\gamma=45^0$, сила Q=300 Н.

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не проверяются и не зачитываются.

Решение каждой задачи должно сопровождаться кратким пояснением, т.е. надо указывать, какие формулы или уравнения применяются для ее решения. Все этапы решения задачи нумеруются в соответствии с пунктами методических указаний и снабжаются краткими и четкими пояснениями.

При расчетах вначале выписывается используемая формула с применением общепринятых буквенных обозначений, затем подставляются исходные цифровые значения вместо буквенных в той же последовательности, и только после этого производятся требуемые математические операции. Все расчеты в контрольных работах следует производить с помощью микрокалькулятора. Окончательные результаты с обязательным указанием размерности выделяются (подчеркиваются или берутся в рамки). Рекомендуется производить оценку правдоподобности окончательных результатов с точки зрения их физической сущности и исходных данных.

Все задания контрольных работ составлены в Международной системе единиц (СИ), основные и некоторые производные единицы которой приведены в таблице П 1 приложения. При слишком больших или слишком малых числах в вычислениях по Международной системе рекомендуется пользоваться кратными или дольными единицами, приведенными в таблице П 2 приложения.

Кратные и дольные единицы измерения образуются добавлением приставок к корневой части названий единиц, например; сантиметр (см), кубический дециметр (дсм^3), меганьютон (МН), киловатт (кВт). Для производных единиц, составленных из наименований нескольких единиц, приставка добавляется только к первой по порядку единице, например, килоньютон-метр (кН·м).

Задача 1. Равновесие тела под действием сходящейся системы сил

Условие №1. На конструкции, состоящей из двух невесомых стержней *AB* и *AC*, скрепленных между собой и с опорами при помощи шарниров, укреплен в узле *A* блок. Через блок перекинут невесомый канат, один конец которого прикреплён в точке *D*, а к другому подвешен груз *Q*. Определить усилия в стержнях, пренебрегая размерами блока. Задачу решить аналитическим и геометрическим способами.

Условие №2. Определить давление однородного шара весом *Q* на опоры, если шар опирается в схемах VII – VIII на две гладкие плоскости, в схеме IX – на плоскость и выступ, в схеме X – на два выступа. Задачу решить аналитическим и геометрическим способами.

Схемы к задаче приведены на *рис. 1*, численные данные – в табл. 1.

Таблица 1

Цифры шифра	3-я цифра шифра		2-я цифра шифра			1-я цифра шифра
	номер условия	номер схемы	углы, град			Q, Н
			α	β	γ	
1	1	I	0	15	30	100
2	1	II	45	30	45	200
3	1	III	45	75	60	300
4	1	IV	60	90	30	400
5	1	V	90	75	45	500
6	1	VI	0	15	60	600
7	2	VII	30	90	30	700
8	2	VIII	75	45	45	800
9	2	IX	60	90	60	900
0	2	X	90	75	30	1000

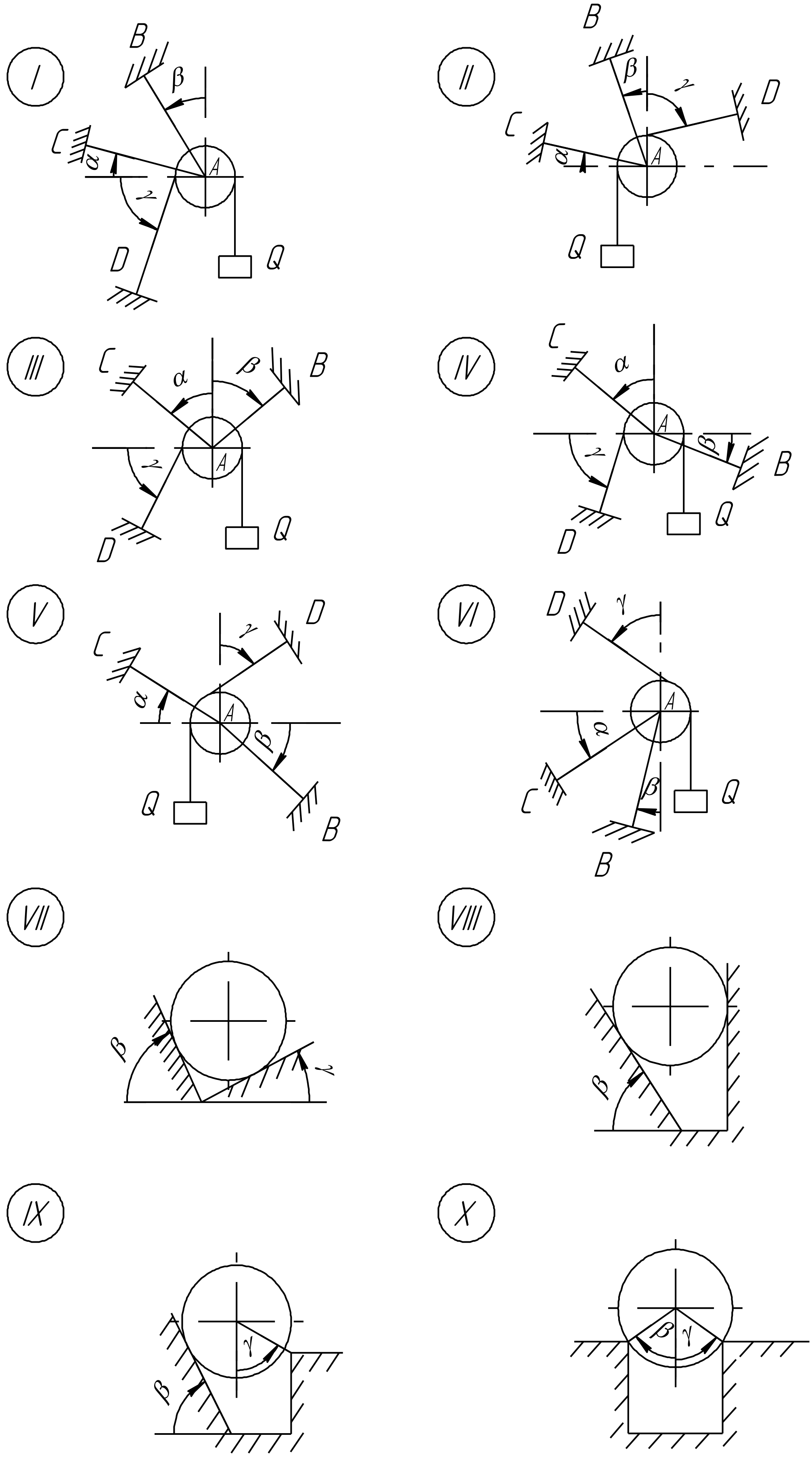

I
B
β
C
α
A
γ
D
Q
II
B
β
γ
D
C
α
A
Q
III
C
α
β
B
A
γ
D
Q
IV
C
α
A
β
B
γ
Q
D
V
D
γ
C
α
A
β
Q
B
VI
D
γ
A
α
C
β
Q
B
VII
β
γ
VIII
β
IX
γ
β
X
β
γ

Рис. 1

Пример выполнения задачи 1

Задача 1 относится к равновесию плоской системы сходящихся сил. Для её решения необходимо рассмотреть равновесие сил, приложенных к телу (блок в условии №1 или шар в условии №2). К телу, освобожденному от связей, следует приложить как активные силы, так и силы реакций связей. Чтобы найти искомые величины, необходимо составить уравнения равновесия.

В качестве примера решим задачу 1 по варианту, соответствующему условному шифру 000. Для этого шифра, все цифры которого одинаковы и равны 0, из последней строки таблицы 1 принимаем: условие №2, схема X, углы $\beta = 75^0$ и $\gamma = 30^0$, силу Q=1000 Н.

1. К шару приложена система трех сходящихся сил $\{\vec{Q}, \vec{R}_A, \vec{R}_B\}$ (*рис. 1.1, а*). Перенесем точки приложения сил реакций $\vec{R}_A$, $\vec{R}_B$ в точку O и проведем через нее ось x, направленную по линии действия реакции $\vec{R}_A$ и, ось у, перпендикулярно ей (*рис. 1.1, б*).

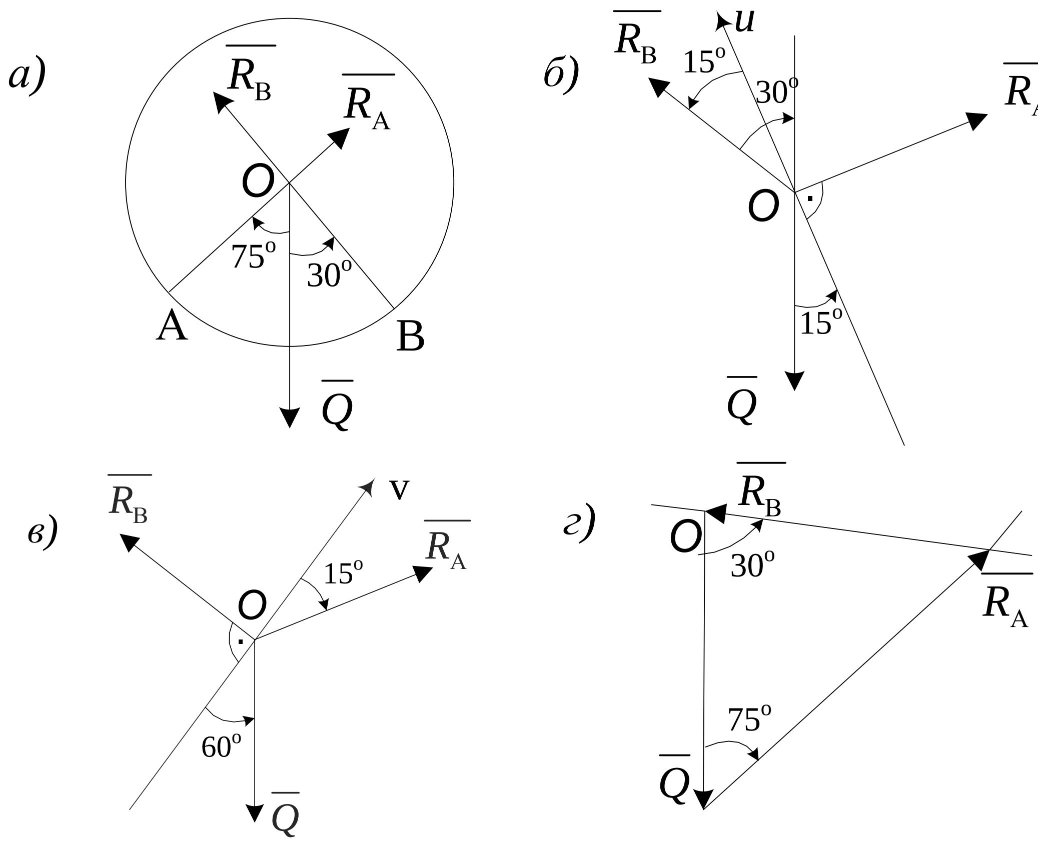


Рис. 1.1.

Составим уравнения равновесия в виде суммы проекций всех сил системы на ось u и решим его.

$$\sum_{s=1}^{3} F_{su} = 0, \; R_B \cos 15^0 - Q\cos 15^0 = 0;$$

$$R_B = Q = 1000\,H.$$

Проведем через точку O другую ось v, перпендикулярную линии действия силы R_B (*рис. 1.1, в*)

Составим уравнение равновесия для данной системы сил $\{\vec{Q}, \vec{R}_A, \vec{R}_B\}$ в виде суммы всех сил на ось v и решим его.

$$-Q\cos 60^0 + R_A \cos 15^0 = 0$$

$$R_A = \frac{Q\cos 60^0}{\cos 15^0} = 1000 \cdot \frac{0{,}5}{0{,}966} = 518.$$

2. Для проверки решим задачу геометрическим способом. Через конец и начало вектора заданной силы $\vec{Q}$ проведем линии, параллельные направлениям искомых сил реакций связей $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$. Получим замкнутый силовой треугольник (*рис. 1.1, г*). Запишем соотношение теоремы синусов для этого треугольника $\dfrac{Q}{\sin 75^0} = \dfrac{R_B}{\sin 75^0} = \dfrac{R_A}{\sin 30^0}$, из которого найдем

$$\frac{Q}{\sin 75^0} = \frac{R_B}{\sin 75^0},\ R_B = Q = 1000\ \text{Н};$$

$$\frac{Q}{\sin 75^0} = \frac{R_A}{\sin 30^0},\ R_A = \frac{Q\sin 30^0}{\sin 15^0} = 1000 \cdot \frac{0{,}5}{0{,}966} = 518\ \text{Н}.$$

Задача 2. Равновесие тела под действием плоской системы сил

На горизонтальную балку пролетом $AB = l$ действует сосредоточенная сила $\vec{P}$, пара сил с моментом m и равномерно распределённая нагрузка интенсивностью q. Определить реакции опор в точках A и B, пренебрегая весом балки и стержня BC.

Схемы к задаче приведены на *рис. 2*, численные данные – в табл. 2.

Таблица 2

Цифры шифра	3-я цифра шифра		2-я цифра шифра		1-я цифра шифра		2-я цифра шифра		
	номер схемы	l, м	$\frac{l}{a_1}$	$\frac{l}{a_2}$	углы, град		P, $кН$	m, $кНм$	q, $кН/м$
					α	β			
1	I	2	10	2	30	30	1	10	2
2	II	4	8	4	45	45	2	9	4
3	III	6	6	6	60	60	3	8	6
4	IV	8	4	8	90	30	4	7	8
5	V	10	2	10	120	45	5	6	10
6	VI	2	10	2	135	60	6	5	2
7	VII	4	8	4	150	30	7	4	4
8	VIII	6	6	6	30	45	8	3	6
9	IX	8	4	8	45	60	9	2	8
0	X	10	2	10	60	30	10	1	10

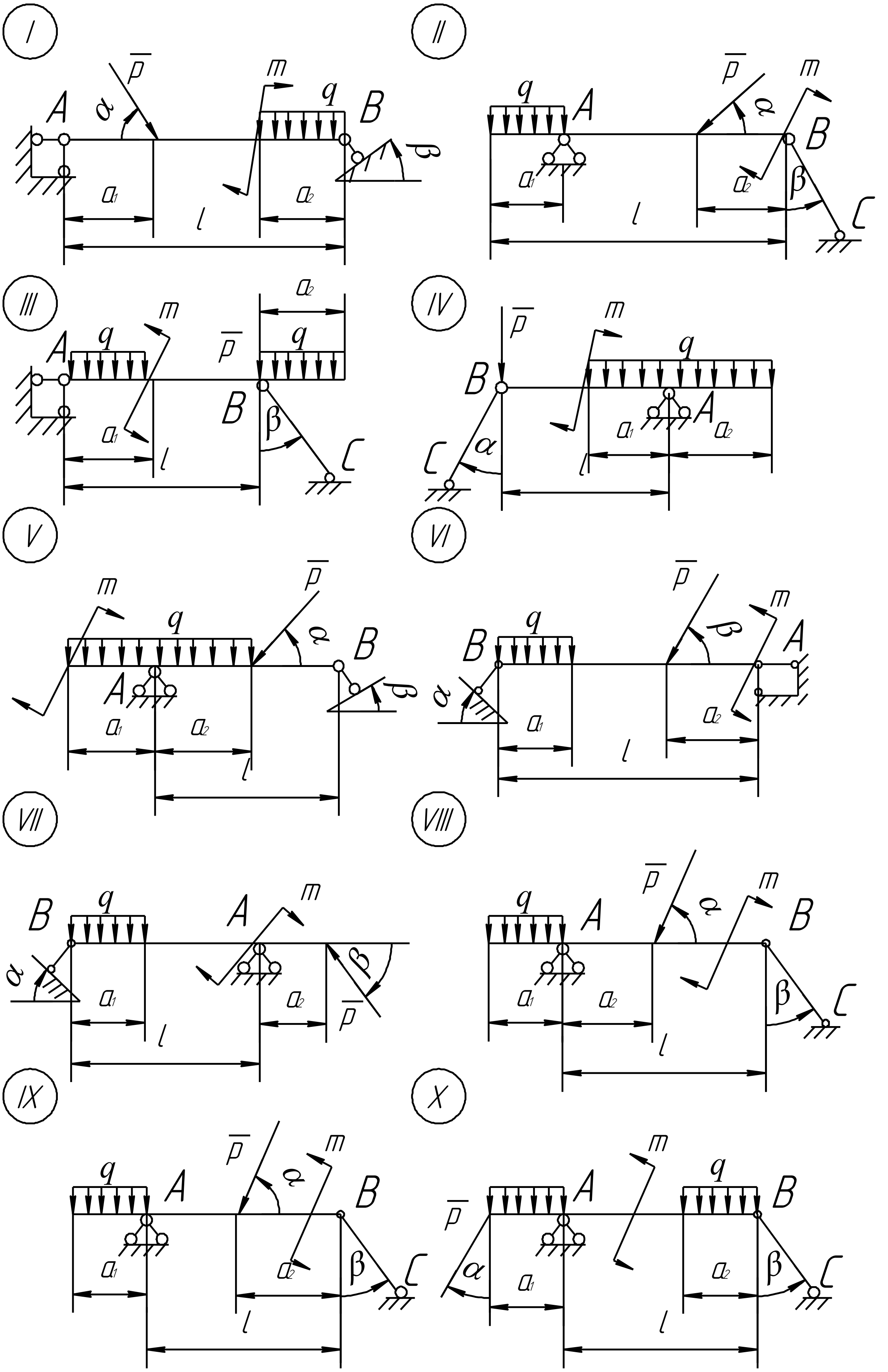


Рис. 2

Пример выполнения задачи 2

Задача 2 относится к равновесию тела (балки) под действием плоской системы сил. Для определения реакций опор необходимо составить три уравнения равновесия для балки, приложив к ней активные (заданные) силы и силы реакций связей (опорные реакции).

При вычислении момента силы $\vec{P}$ относительно выбранной точки иногда бывает удобно разложить эту силу на две составляющие и найти момент силы $\vec{P}$ как сумму моментов этих составляющих.

Распределенная нагрузка, приходящаяся на единицу длины, называется интенсивностью нагрузки и обозначается обычно буквой q. Равнодействующая распределенной нагрузки равна грузовой площади (площади эпюры нагрузки) и приложена в центре тяжести этой площади.

Рассмотрим вариант решения задачи 2, соответствующей условному шифру 000. Схема балки с указанием численных значений заданных величин из таблицы 2 приведена на рисунке 2.1.

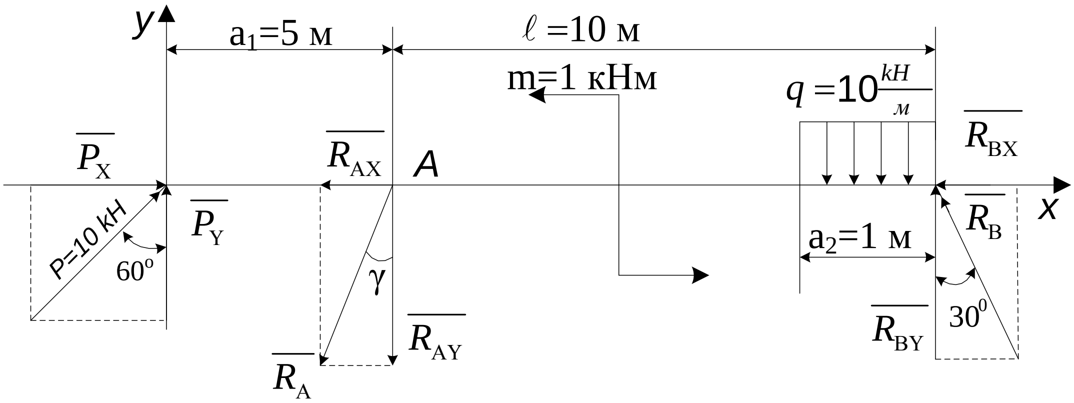


Рис. 2.1.

Для решения этой задачи условия равновесия удобнее принять в следующей форме:

$$1)\ \sum_{s=1}^{n} M_A(\vec{F}_s) = 0,$$

$$2)\ \sum_{s=1}^{n} M_B(\vec{F}_s) = 0,$$

$$3)\ \sum_{s=1}^{n} F_{sx} = 0.$$

Записывая эти условия для данной задачи, получим три уравнения, которые содержат по одной неизвестной. Решаем их.

$1) - P_y \cdot a_1 + m - q \cdot a_2 \cdot (\ell - \frac{a_2}{2}) + R_{By} \cdot \ell = 0$, где $P_y = P \cdot \cos 60^\circ$,

$$R_{By} = \frac{1}{\ell}\left[P\cos 60^\circ a_1 + qa_2\left(\ell - \frac{a_2}{2}\right) - m\right] = \frac{1}{10}\left[10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 + 10 \cdot 1 \cdot \left(10 - \frac{1}{2}\right) - 1\right] = 11{,}9\ \text{кН}$$

Так как направление реакции стержня ВС известно, то

$$R_B = \frac{R_{By}}{\cos 30^\circ} = \frac{11{,}9 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 13{,}7\text{кН},$$

$$R_{Bx} = R_{By} \cdot tg30^\circ = 11{,}9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 6{,}87\text{кН}$$

2) $-P_y \cdot (\ell + a_1) + R_{Ay} \cdot \ell + m + q \cdot a_2 \cdot \dfrac{a_2}{2} = 0,$

$$R_{Ay} = \frac{1}{\ell} \cdot \left[P \cdot \cos 60^\circ \cdot (\ell + a_2) - q \cdot \frac{a_2^2}{2} - m \right] = \frac{1}{10}\left[10 \cdot \frac{1}{2} \cdot (10 + 5) - 10 \cdot \frac{1}{2} - 1 \right] = 6{,}9\,\text{кН}.$$

3) $P_x - R_{Ax} - R_{Bx} = 0$, где $P_x = P \cdot \sin 60^\circ$,

$$R_{Ax} = P \cdot \sin 60^\circ - R_{Bx} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 11{,}9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6{,}2 \cdot \sqrt{3}}{6} = 1{,}79\text{кН}$$

Сила реакции связи в точке А равна

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{1{,}79^2 + 6{,}9^2} = 7{,}13\text{кН}$$

и направлена под углом γ к вертикали

$$\cos\gamma = \frac{R_{Ay}}{R_A} = \frac{6{,}9}{7{,}13} = 0{,}968,\ \gamma = 14{,}5^\circ.$$

Задача 3. Равновесие вала под действием пространственной системы сил

Условие №1. На горизонтальный вал, который может вращаться в подшипниках *A* и *B*, насажены два шкива. Радиусы шкивов равны r_1=12 см, r_2=16 см; ветви ремней каждого шкива параллельны между собой и образуют соответственно углы α_1 с горизонталью и α_2 с вертикалью. Пренебрегая весами шкивов и вала, найти натяжения ведущей и ведомой ветви ремня, а также реакции подшипников при равновесии вала.

Примечание. Натяжение ведущей ветви ремня принять вдвое больше натяжения ведомой ($T_1 = 2t_1$, $T_2 = 2t_2$).

Условие №2. На горизонтальный вал насажены два колеса с радиусами r_1=12 см, r_2=16 см и прикреплён перпендикулярно оси вала горизонтальный рычаг *CD* длиной *l*=20 см. К одному колесу приложена сила $\vec{F}$, образующая с горизонталью угол α_1, а к другому – сила $\vec{T}_2$, образующая с вертикалью угол α_2; к рычагу приложена вертикальная сила $\vec{P}$. Пренебрегая весами вала, колёс и рычага, определить силу $\vec{P}$, при которой вал находится в равновесии, а также реакции подшипников *A* и *B*.

Условие №3. На горизонтальный вал насажено колесо радиуса r_1=12 см и прикреплён перпендикулярно оси вала рычаг *CD* длиной *l* =20 см, образующий с горизонтальной плоскостью угол α_2. Верёвка, намотанная на колесо и натягиваемая грузом $\vec{F}$, сходит с него по касательной, наклонённой под углом α_1 к горизонту. Пренебрегая весами вала, колеса и рычага и трением в блоке, определить вертикальную силу $\vec{P}$, при которой вал находится в равновесии, а также реакции подшипников *A* и *B*.

Схемы к задаче приведены на *рис. 3*, численные данные – в табл. 3.

Таблица 3

Цифры шифра	3-я цифра шифра		2-я цифра шифра			1-я цифра шифра		1-я цифра шифра	
	номер условия	номер схемы	Расстояния, м			Углы, град		Силы, Н	
			a	b	c	α_1	α_2	$\vec{F}$	$\vec{T}_2$
1	1	I	1,0	1,0	1,0	0	60	800	100
2	1	II	1,2	1,2	1,2	30	45	900	200
3	1	III	1,4	1,4	1,4	45	30	1000	300
4	2	IV	1,6	1,6	1,6	60	0	1100	400
5	2	V	1,5	1,5	1,5	30	60	1200	500
6	2	VI	1,0	1,0	1,0	45	30	800	100
7	2	VII	1,2	1,2	1,2	60	45	900	200
8	3	VIII	1,4	1,4	1,4	30	0	1000	300
9	3	IX	1,6	1,6	1,6	45	60	1100	400
0	3	X	1,8	1,8	1,8	60	30	1200	500

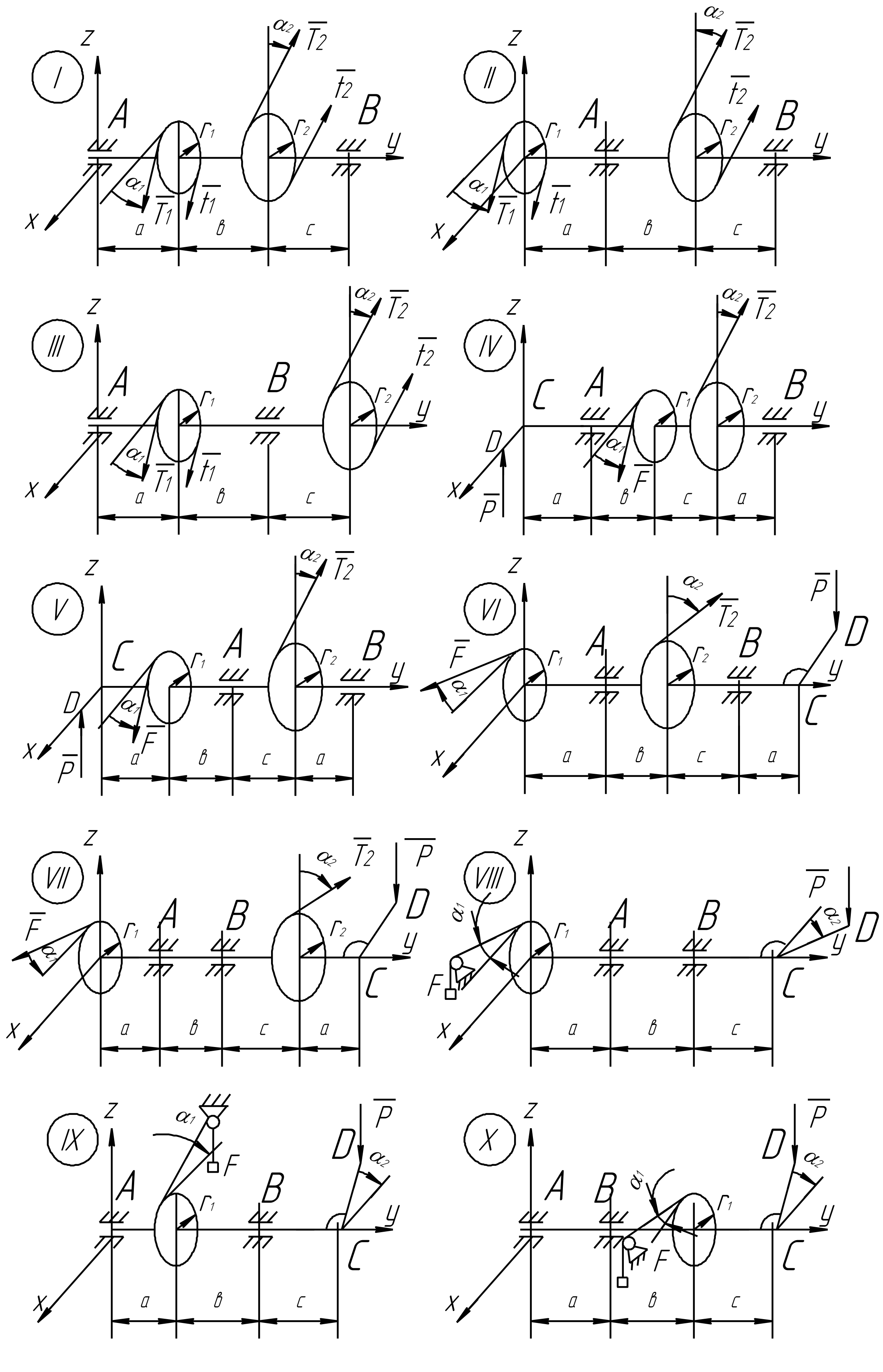


Рис. 3

Пример выполнения задачи 3

В задаче 3 рассматривается равновесие тела (вала) под действием системы сил, произвольно расположенных в пространстве. При решении этой задачи, так же как и в двух предыдущих, следует заменить наложенные на тело связи их реакциями. Для определения искомых величин надо составить шесть уравнений равновесия.

Следует иметь в виду, что при нахождении проекции силы на ось часто бывает проще сначала найти ее проекцию на координатную плоскость, в которой расположена эта ось, а затем найденную проекцию спроектировать на данную ось. Точно так же при определении момента силы относительно оси нередко бывает удобно разложить силу на взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых параллельна какой-нибудь координатной оси.

Решим, для примера, вариант задачи 3, соответствующий условному шифру 000. Схема вала с указанием численных размеров заданных величин из таблицы 3 приведена на *рис. 3.1*.

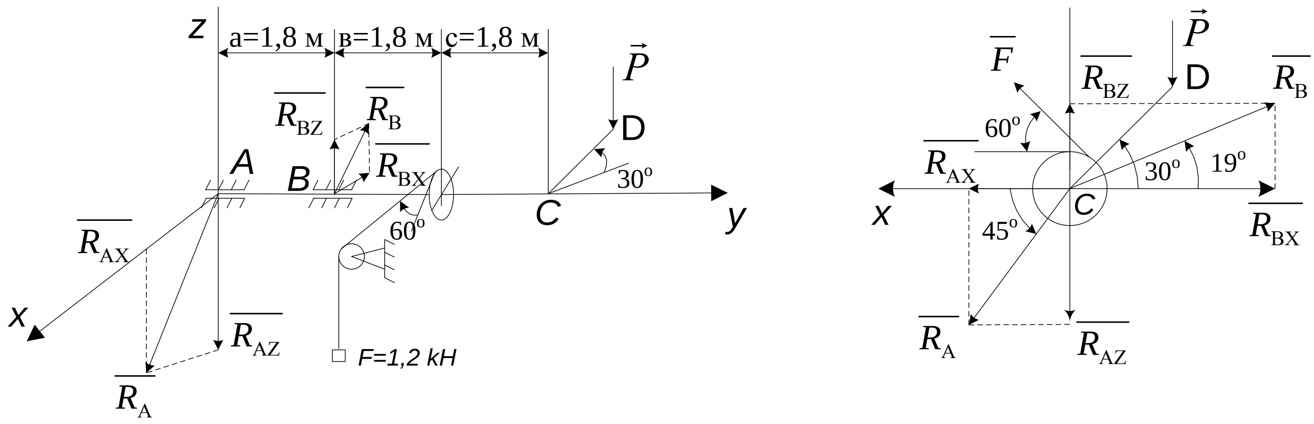


Рис. 3.1.

К валу кроме силы $\vec{P}$, приложенной к рычагу CD, приложена сила натяжения веревки, равная весу груза $\vec{F}$, так как по условию задачи, трения в блоке нет. Реакции подшипников $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$, расположенные в плоскостях, перпендикулярных оси y, разложим на взаимно перпендикулярные составляющие соответственно $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Az}$ и $\vec{R}_{Bx}$, $\vec{R}_{Bz}$. Направление составляющих выбирается произвольно.

Составляя условия равновесия для вала, получим шесть уравнений, из которых одно выполняется тождественно.

1) $\sum F_{sx} = 0, \qquad R_{Ax} - R_{Bx} + F \cdot \cos 60^\circ = 0;$

2) $\sum F_{sy} = 0,$

3) $\sum F_{sz} = 0, \qquad - R_{Az} + R_{Bz} + F \cdot \sin 60^\circ - P = 0;$

4) $\sum M_x(\vec{F}_s) = 0, \quad R_{Bz} \cdot a + F \cdot \sin 60^\circ \cdot (a+b) - P \cdot (a+b+c) = 0;$

5) $\sum M_y(\vec{F}_s)=0, \quad F\cdot r - P\cdot \ell \cdot \cos 30^\circ = 0,$ где r=0,12м, ℓ=CA=0,2м;

6) $\sum M_z(\vec{F}_s)=0, \quad R_{Bx}\cdot a - F\cdot \cos 60^\circ \cdot (a+b)=0.$

Из (6) $R_{Bx}=F\cdot \cos 60^\circ \cdot (1+\dfrac{b}{a})=1{,}2\cdot \dfrac{1}{2}\cdot(1+1)=1{,}2$ кН

Из (5) $P=F\cdot \dfrac{r}{\ell\cdot \cos 30^\circ}=1{,}2\cdot \dfrac{0{,}12\cdot 2}{0{,}2\cdot\sqrt{3}}=0{,}83$ кН

Из (4) $R_{Bz}=P\cdot(1+\dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a})-F\cdot \cos 30^\circ \cdot (1+\dfrac{b}{a})=0{,}83\cdot 3-1{,}2\cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2=0{,}42$ кН

Из (3) $R_{Az}=R_{Bz}+F\cdot \cos 30^\circ - P = 0{,}42+1{,}2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}-0{,}83=0{,}63$ кН

Из (1) $R_{Ax}=R_{Bx}-F\cdot \cos 60^\circ = 1{,}2-1{,}2\cdot \dfrac{1}{2}=0{,}6$ кН

Силы реакций подшипников и их направление

$$R_A=\sqrt{R_{Ax}^2+R_{Az}^2}=\sqrt{0{,}6^2+0{,}63^2}=0{,}87\text{ кН},$$

$$\cos(\vec{R}_{A,}\hat{\ }\vec{i})=\frac{R_{Ax}}{R_A}=\frac{0{,}60}{0{,}87}=0{,}690 \quad (46{,}4^\circ);$$

$$R_B=\sqrt{R_{Bx}^2+R_{Bz}^2}=\sqrt{1{,}2^2+0{,}42^2}=1{,}27\text{ кН},$$

$$\cos(\vec{R}_{B,}\hat{\ }\vec{i})=\frac{R_{Bx}}{R_B}=\frac{1{,}20}{1{,}27}=0{,}945\ (19{,}1^\circ).$$

Задача 4. Определение центра тяжести плоской фигуры

Определить положение центра тяжести плоской фигуры.

Схемы к задаче приведены на *рис. 4*, численные данные – в табл. 4.

Таблица 4

Цифры шифра	3-я цифра шифра	2-я цифра шифра	1-я цифра шифра
	номер схемы	*a*, см	*b*, см
1	I	10	10
2	II	20	20
3	III	30	30
4	IV	40	40
5	V	50	50
6	VI	60	60
7	VII	70	70
8	VIII	80	80
9	IX	90	90
0	X	100	100

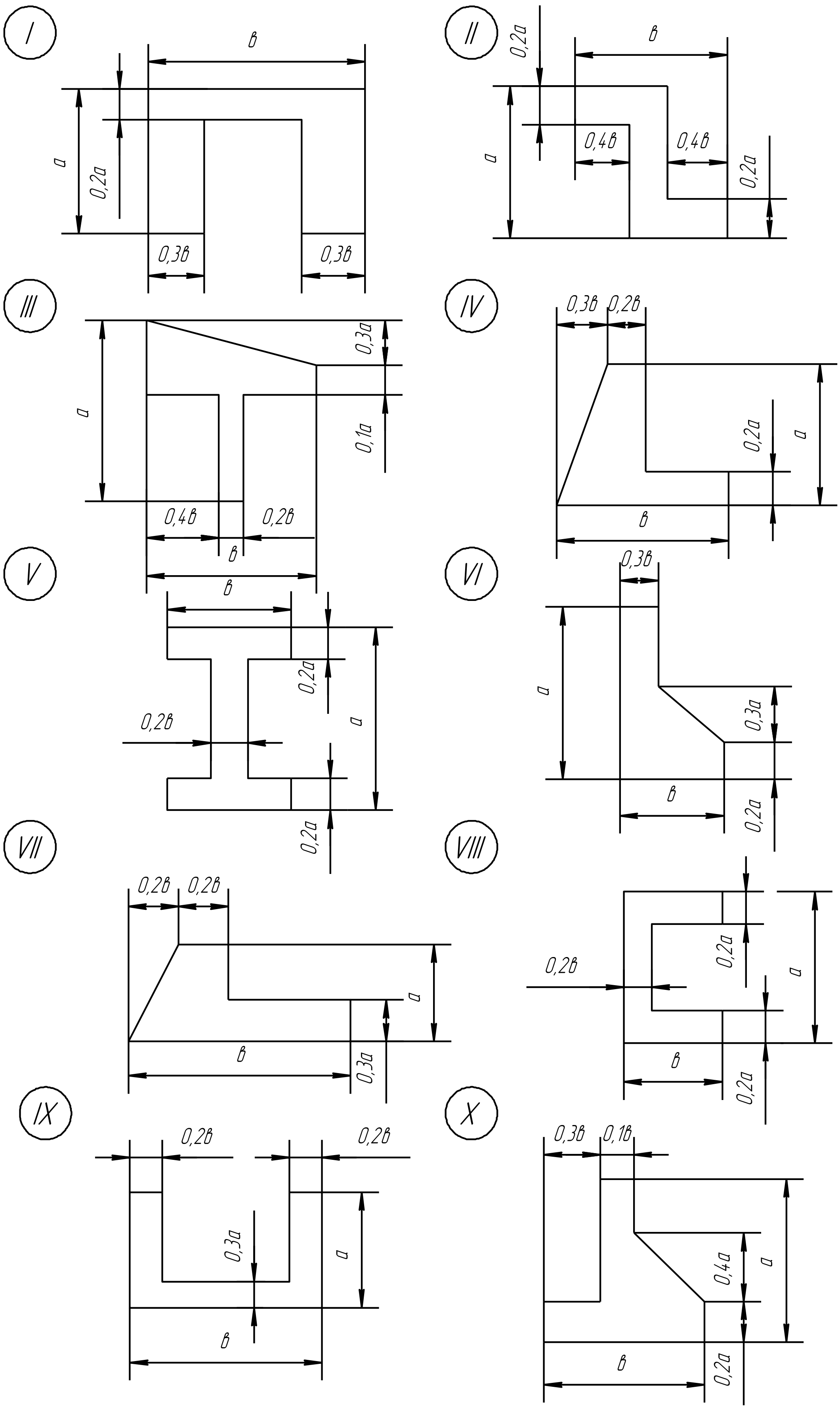

I
в
а
0,2а
0,3в
0,3в
II
0,2а
в
а
0,4в
0,4в
0,2а
III
0,3а
а
0,1а
0,4в
0,2в
в
IV
0,3в
0,2в
0,2а
а
в
V
в
0,2а
0,2в
а
0,2а
VI
0,3в
а
0,3а
в
0,2а
VII
0,2в
0,2в
а
в
0,3а
VIII
0,2а
0,2в
а
в
0,2а
IX
0,2в
0,2в
0,3а
а
в
X
0,3в
0,1в
0,4а
а
в
0,2а

Рис. 4

Пример выполнения задачи 4

Для решения задачи 4 следует мысленно разбить плоскую фигуру на такие части, положения центров тяжести которых известны или легко могут быть определены. При этом часто бывает удобно заменить данную фигуру не суммой, а разностью отдельных её частей. Следует помнить, что вычисления можно существенно упростить удачным выбором осей координат.

В качестве примера решим задачу 4 по варианту, соответствующему условному шифру 000. Для этого шифра из последней строки таблицы 4 принимаем: схема X, $a = 100$ см, $b = 100$ см.

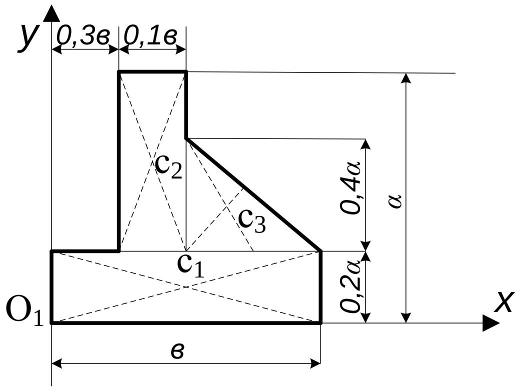


Рис. 4.1

Представим данную фигуру (*рис. 4.1*), состоящей из 3-х частей: 1-я часть – прямоугольник ($0{,}5b$х$0{,}2a$), 2-я часть – прямоугольник ($0{,}1b$х$0{,}8a$), третья часть – треугольник. Возьмем систему декартовых координат xOy. Для расчета координат центра тяжести составим таблицу.

Номер части	x_i	y_i	A_i	$S_{ix} = A_i y_i$	$S_{iy} = A_i x_i$
1	$0{,}5b$	$0{,}1a$	$0{,}2ab$	$0{,}02a^2b$	$0{,}1ab^2$
2	$0{,}35b$	$0{,}6a$	$0{,}08ab$	$0{,}048a^2b$	$0{,}028ab^2$
3	$0{,}6b$	$0{,}33a$	$0{,}12ab$	$0{,}04a^2b$	$0{,}072ab^2$
		$\sum$	$0{,}4ab$	$0{,}108a^2b$	$0{,}2ab^2$

$$x_c = \frac{\sum S_{iy}}{\sum A_i} = \frac{0{,}2ab^2}{0{,}4ab} = 0{,}5b = 50\,\text{см};$$

$$y_c = \frac{\sum S_{ix}}{\sum A_i} = \frac{0{,}108a^2b}{0{,}4ab} = 0{,}27a = 27\ \text{см}.$$

Задача 5. Кинематика точки

Движение точки задано уравнениями в декартовых координатах $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$ (x, y, z в см, t в с). Определить величину и направление скорости и ускорения точки и радиус кривизны траектории в момент времени t_1.

Примечание. При определении скорости, ускорения и радиуса кривизны траектории для упрощения вычислений использовать значения проекций скорости и ускорения для заданного момента времени.

Численные данные приведены в табл. 5.

Таблица 5

Цифры шифра	3-я цифра шифра	2-я цифра шифра	1-я цифра шифра	2-я цифра шифра
	$x = f_1(t)$, см	$y = f_2(t)$, см	$z = f_3(t)$, см	t_1, с
1	$t^3 + 1$	$\sin \pi t$	$\sin^2 \pi t$	1
2	$2t^2 - 2$	$\cos \pi t$	$\cos^2 \pi t$	2
3	$3t + 3$	$\sin \frac{\pi}{2} t$	$\sin^2 \frac{\pi}{2} t$	3
4	$t^3 - 4$	$\cos \frac{\pi}{2} t$	$\cos^2 \frac{\pi}{2} t$	1
5	$3t^2 + 5$	$\sin \frac{\pi}{3} t$	$\sin^2 \frac{\pi}{3} t$	2
6	$4t - 6$	$\cos \frac{\pi}{3} t$	$\cos^2 \frac{\pi}{3} t$	3
7	$t^3 + 7$	$\sin \frac{\pi}{4} t$	$\sin^2 \frac{\pi}{4} t$	1
8	$4t^2 - 8$	$\cos \frac{\pi}{4} t$	$\cos^2 \frac{\pi}{4} t$	2
9	$5t + 9$	$\sin \frac{\pi}{6} t$	$\sin^2 \frac{\pi}{6} t$	3
0	$t^2 + 10$	$\cos \frac{\pi}{6} t$	$\cos^2 \frac{\pi}{6} t$	1

Пример выполнения задачи 5

Задача 5 относится к кинематике точки. Для определения скорости и ускорения точки следует определить их проекции на координатные оси. Зная $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$, найти касательное и нормальное ускорение точки, а также радиус кривизны траектории.

В качестве примера решим задачу 5 по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 5 принимаем уравнение движения точки в декартовых координатах: $x = t^2 + 10$, $y = \cos\frac{\pi t}{6}$, $z = \cos^2\frac{\pi t}{6}$, $t = 1$с.

1. Определим проекции скорости на оси декартовой системы координат в данный момент времени $t = 1$с.

$$\upsilon_x = \dot{x} = 2t,\ \upsilon_x\big|_{t=1c} = 2\ \text{см/с};$$

$$\upsilon_y = \dot{y} = -\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi t}{6},\ \upsilon_y\big|_{t=1c} = -\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{12} \approx -0{,}262\ \text{см/с};$$

$$\upsilon_z = \dot{z} = 2\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi t}{6}\left(-\sin\frac{\pi t}{6}\right) = -\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{6}\cdot\sin\frac{\pi t}{6} = -\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi t}{3},$$

$$\upsilon_z\big|_{t=1c} = -\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\pi\sqrt{3}}{12} \approx -0{,}453\ \text{см/с}.$$

2. Модуль скорости точки в данный момент времени равен

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{2^2 + 0{,}262^2 + 0{,}453^2} \approx 2{,}067\ \text{см/с}.$$

3. Направление вектора скорости в данный момент определяется углами

$$\cos(\vec{\upsilon},\vec{i}\,) = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{2}{2{,}067} \approx 0{,}968\ \ (14{,}6^0),$$

$$\cos(\vec{\upsilon},\vec{j}\,) = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \frac{-0{,}262}{2{,}067} \approx -0{,}127\ \ (97{,}3^0),$$

$$\cos(\vec{\upsilon},\vec{k}\,) = \frac{\upsilon_z}{\upsilon} = \frac{-0{,}453}{2{,}067} \approx -0{,}219\ \ (102{,}7^0).$$

4. Определим проекции ускорения на оси декартовой системы координат в данный момент времени $t = 1$с.

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = \ddot{x} = 2,\ a_x\big|_{t=1c} = 2\ \text{см/с}^2;$$

$$a_y = \dot{\upsilon}_y = \ddot{y} = -\frac{\pi^2}{36}\cos\frac{\pi t}{6},\ a_y\big|_{t=1c} = -\frac{\pi^2}{36}\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0{,}237\ \text{см/с}^2;$$

$$a_z = \dot{\upsilon}_z = \ddot{z} = -\frac{\pi}{3}\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi t}{3} = -\frac{\pi^2}{18}\cos\frac{\pi t}{3},$$

$$a_z\big|_{t=1c} = -\frac{\pi^2}{18}\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi^2}{36} \approx -0{,}274\ \text{см/с}^2.$$

5. Модуль ускорения точки в данный момент времени равен

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{2^2 + 0{,}237^2 + 0{,}274^2} \approx 2{,}032\ \text{см/с}^2.$$

6. Направление вектора ускорения в данный момент определяется углами

$$\cos(\vec{a},\vec{i}\,) = \frac{a_x}{a} = \frac{2}{2{,}032} \approx 0{,}984 \ \ (10{,}2^0),$$

$$\cos(\vec{a},\vec{j}\,) = \frac{a_y}{a} = \frac{-0{,}237}{2{,}032} \approx -0{,}117 \ \ (96{,}7^0),$$

$$\cos(\vec{a},\vec{k}\,) = \frac{a_z}{a} = \frac{-0{,}274}{2{,}032} \approx -0{,}135 \ \ (97{,}7^0).$$

7. Радиус кривизны траектории ρ определим из формулы $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{\rho}$, где $\vec{a}_n$ – *проекция ускорения на нормаль* (нормальное ускорение точки). $a_n^2 = a^2 - a_\tau^2$, где a_τ – *проекция ускорения на касательную* (касательное ускорение точки)

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}\right) = \frac{\upsilon_x a_x + \upsilon_y a_y + \upsilon_z a_z}{\upsilon}.$$

В данный момент времени касательное ускорение точки равно

$$a_\tau = \frac{2 \cdot 2 + 0{,}262 \cdot 0{,}237 + 0{,}453 \cdot 0{,}274}{2{,}067} \approx 2{,}025 \ \text{см/с}^2,$$

а радиус кривизны траектории равен

$$\rho = \frac{\upsilon^2}{\sqrt{a^2 - a_\tau^2}} = \frac{2{,}067^2}{\sqrt{2{,}032^2 - 2{,}025^2}} \approx 25{,}4\,\text{см}.$$

Задача 6. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Условие №1. По заданному уравнению вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси $\varphi = f_1(t)$ определить:

1) угловую скорость и угловое ускорение тела в момент времени t_1;
2) скорость и ускорение точки тела, отстоящей на расстоянии h от оси, в момент времени t_2;
3) число оборотов N тела за время t_3.

Условие №2. Диск, вращающийся равноускоренно вокруг неподвижной оси, в моменты t_1 и t_2 имеет угловые скорости ω_1 и ω_2 соответственно. Определить:

1) скорость и ускорение точки тела, отстоящей на расстоянии h от оси, в момент времени t_2;
2) число оборотов N тела за время t_3;
3) уравнение вращательного движения диска, если при t_0=0, φ_0=0.

Условие №3. Тело, вращаясь равноускоренно с угловым ускорением ε, имеет в момент времени t_1 угловую скорость ω_1. Определить:

1) скорость и ускорение точки тела, отстоящей на расстоянии h от оси, в момент времени t_2;
2) число оборотов N тела за время t_3;
3) уравнение вращательного движения тела, если при t_0=0, φ_0=0.

Численные данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

Цифры шифра	3-я цифра шифра					2-я цифра шифра		1-я цифра шифра	
	Номер условия	$\varphi = f_1(t)$, рад	ω_1, $\frac{рад}{с}$	ω_2, $\frac{рад}{с}$	ε, $\frac{рад}{с^2}$	t_1, с	t_2, с	t_3, с	h, см
1	1	$t^3 + \sin \pi t$	-	-	-	0,5	3	1	10
2	1	$2t^2 - \cos \pi t$	-	-	-	1,0	4	2	15
3	1	$3t + \sin^2 \frac{\pi}{2} t$	-	-	-	1,5	5	3	20
4	1	$4t - \cos^2 \frac{\pi}{2} t$	-	-	-	2,0	6	4	25
5	2	-	50	65	-	2,5	7	5	30
6	2	-	55	70	-	0,5	3	6	35
7	2	-	60	75	-	1,0	4	7	40
8	3	-	20	-	1,0	1,5	5	8	45
9	3	-	30	-	1,5	2,0	6	9	50
0	3	-	40	-	2,0	2,5	7	10	55

Пример выполнения задачи 6

В задаче 6 рассматривается одно из простейших движений твердого тела – вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

В качестве примера решим задачу 6 по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 6 принимаем условие №3: Тело, вращаясь равноускоренно с угловым ускорением $\varepsilon=2\ \frac{рад}{с^2}$, имеет в момент времени t_1=2,5 с угловую скорость $\omega_1=40\ \frac{рад}{с}$.

1) При равноускоренном вращении угловая скорость тела изменяется по закону $\omega_1=\omega_0+\varepsilon t_1$ отсюда $\omega_0=\omega_1-\varepsilon t_1=40-2\cdot 2{,}5=35\ \frac{рад}{с}$ – *угловая скорость тела* при t=0. В момент времени t_2=7с угловая скорость тела будет равна $\omega_2=35+2\cdot 7=49\ \frac{рад}{с}$.

Скорость υ и ускорения a точки M тела, отстоящей на расстояние h=55 см (*рис. 6.1*), в момент времени t_2=7 с будут равны

$$\upsilon=\omega_2 h=49\cdot 55=2695\ см/с=26{,}95\ м/с,$$

$$a=h\sqrt{\omega_2^4+\varepsilon^2}=55\sqrt{49^4+2^2}=132100\ см/с^2=1321\ м/с^2.$$

Направление векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$ показано на *рис. 6.1*.

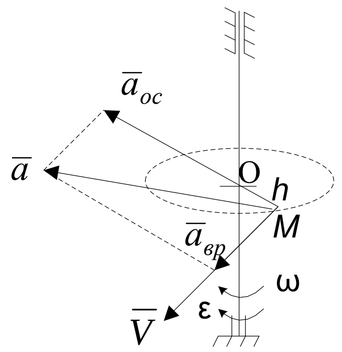


Рис. 6.1.

2) Число оборотов тела за время t_3=10с определим по формуле $N=\int_0^t n(t)dt$, где $n(t)=\frac{\omega(t)}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}(\omega_0+\varepsilon t)$ – *число оборотов тела в секунду в данный момент времени* t.

$$N=\int_0^{10}\frac{1}{2\pi}(\omega_0+\varepsilon t)dt=\frac{1}{2\pi}(35\cdot 10+2\frac{10^2}{2})\approx 71{,}6 \text{ оборотов.}\ \overline{a}$$

3) Уравнение вращательного движения получим из равенства $\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}$. Разделив переменные, получим дифференциальное уравнение $d\varphi = \omega(t)\,dt$, интегрируя с учетом начальных условий $t_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, получим

$$\int_0^{\varphi} d\varphi = \int_0^{t} (\omega_0 + \varepsilon t)dt, \; \varphi = \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2} = 35t + t^2 \text{ рад.}$$

Задача 7. Сложное движение точки

Точка *M* движется по диску (на схемах I, III, IV по хорде, на схемах II, V, VII, VIII, IX по диаметру, на схемах VI, X по ободу) согласно закону $S = AM = f(t)$. Диск вращается вокруг неподвижной оси: на схемах I, II, VI, VII, IX – вокруг оси, проходящей через точку O_1 и перпендикулярной плоскости диска; на схемах III, IV, V, VIII, X – вокруг оси $O_1 O_2$, лежащей в плоскости диска, в направлении, указанном стрелкой, с угловой скоростью $\omega = const$. Определить абсолютную скорость точки *M* в момент времени t_1.

Примечание. Точка *M* изображена на рисунке в области положительных s (s>0).

Схемы к задаче приведены на *рис. 7*, численные данные – в табл. 7.

Таблица 7

Цифры шифра	1-я цифра шифра		2-я цифра шифра		3-я цифра шифра		
	$S = AM = f(t)$, см	t_1, с	ω, $\frac{рад}{с}$	*R*, см	а, см	α, град	Номер схемы
1	$30\sin\pi t$	1	0,1	60	10	-	I
2	$2(t^2 - t)$	2	0,2	70	15	30	II
3	$10(1-\cos\frac{\pi}{2}t)$	3	0,3	80	20	-	III
4	$8t$	4	0,4	60	25	-	IV
5	$40\sin\frac{\pi}{3}t$	5	0,5	70	-	45	V
6	$20(\cos\frac{\pi}{4}t - 1)$	1	0,1	80	30	-	VI
7	$5(t + \sin\frac{\pi}{2}t)$	2	0,2	60	10	-	VII
8	$30\sin\frac{\pi}{6}t$	3	0,3	70	15	-	VIII
9	$2t^2$	4	0,4	80	20	60	IX
0	$6t\sin\frac{\pi}{3}t$	5	0,5	60	-	-	X

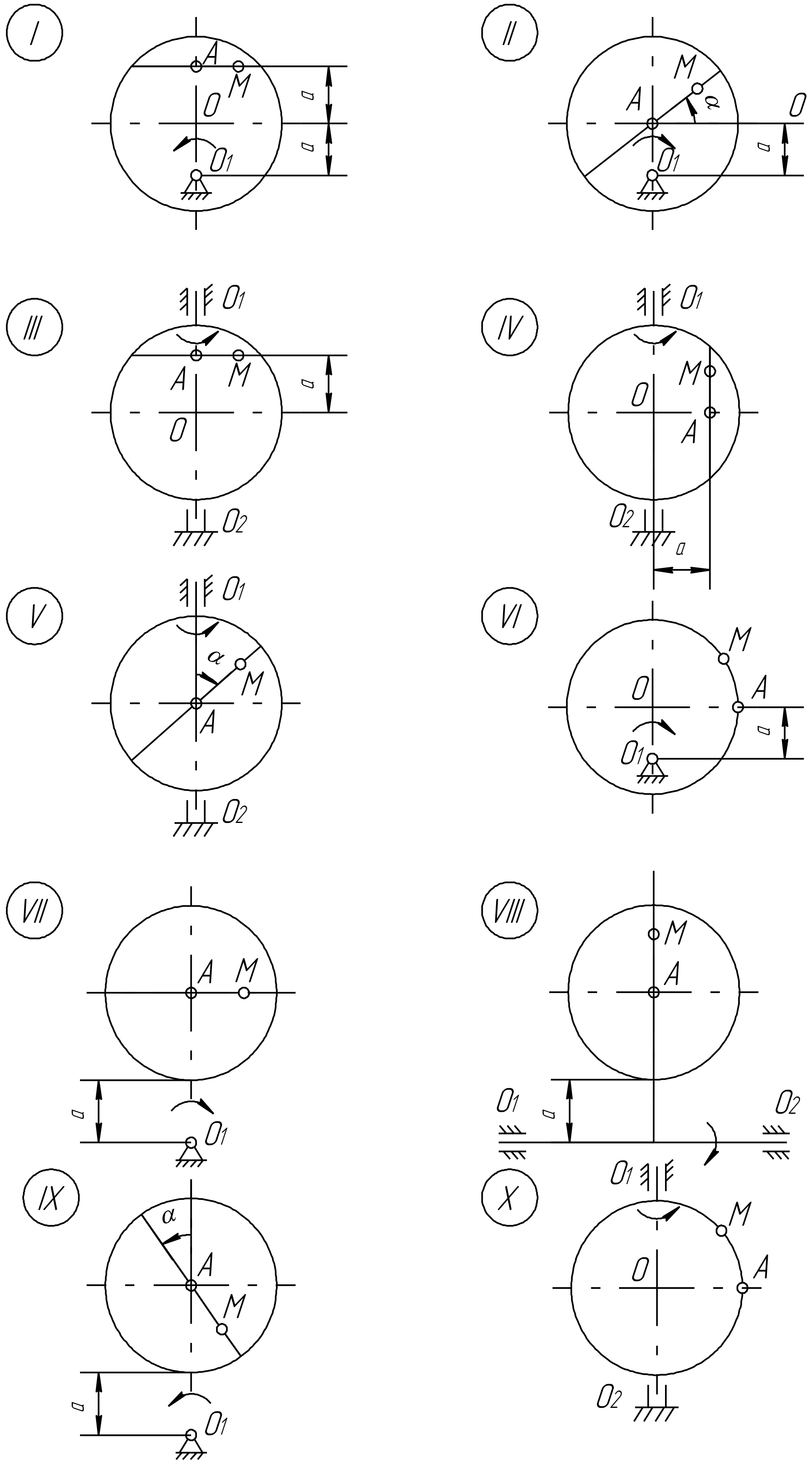

I
A
M
O
O1
a
a
II
M
A
α
O
O1
a
III
O1
A
M
O
a
O2
IV
O1
M
O
A
O2
a
V
O1
α
M
A
O2
VI
M
O
A
O1
a
VII
A
M
a
O1
VIII
M
A
O1
a
O2
IX
α
A
M
a
O1
X
O1
M
O
A
O2

Рис. 7

Пример выполнения задачи 7

Задача 7 относится к сложному движению точки. Для определения абсолютной скорости точки необходимо найти относительную и переносную скорости и воспользоваться теоремой параллелограмма скоростей.

В качестве примера решим задачу 7 по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 7 принимаем следующие условия: $AM = S(t) = 6t\sin\frac{\pi}{3}t$, t_1=5с, ω=0,5 $\frac{рад}{с}$, схема X (*рис. 7.1*).

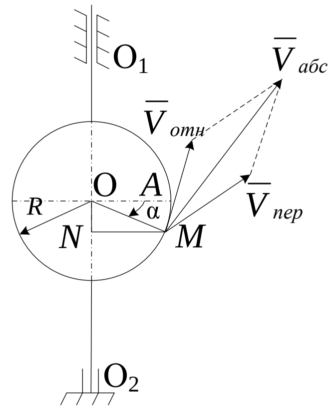


Рис. 7.1.

1. Определим положение точки M в заданный момент времени t_1=5с.

$$AM = 6\cdot 5\cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot 5\right) = 30\sin 300^0 = -15\sqrt{3}\,\text{см}.$$

2. Определим центральный угол α и отрезок MN

$$\alpha = \frac{|AM|}{R}\cdot\frac{180^0}{\pi} = \frac{5\cdot\sqrt{3}\cdot 180^0}{60\pi} \approx 24{,}8^0,$$

$$MN = R\cos\alpha = 60\cos 24{,}8^0 \approx 54{,}5\,\text{см}.$$

3. Модуль относительной скорости $\upsilon_{отн}$ точки M в данный момент времени t_1=5с равен

$$\upsilon_{отн} = \frac{ds(t)}{dt} = 6\sin\frac{\pi}{3}t + 6t\cdot\cos\frac{\pi}{3}t\cdot\frac{\pi}{3} = 6\sin\frac{\pi}{3}t + 2\pi t\cos\frac{\pi}{3}t,$$

$$\upsilon_{отн}\big|_{t=5c} = 6\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot 5\right) + 10\pi\cos\left(\frac{\pi}{3}\cdot 5\right) = -6\frac{\sqrt{3}}{2} + 10\pi\cdot\frac{1}{2} \approx 10{,}5\ см/с.$$

Вектор относительной скорости $\vec{\upsilon}_{отн}$ направлен по касательной к дуге AM в сторону возрастания дуговой координаты, так как $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=5c} > 0$ (*рис. 7.1*).

4. Модуль переносной скорости $\upsilon_{пер}$ точки M, как вращательной скорости вместе с диском вокруг неподвижной оси O_1O_2, определяется равенством

$$\upsilon_{пер} = \omega \cdot MN = 0{,}5 \cdot 54{,}5 = 27{,}25\ см/с.$$

Вектор переносной скорости $\vec{\upsilon}_{пер}$ перпендикулярен плоскости диска и направлен в сторону вращения.

5. Модуль абсолютной скорости $\upsilon_{абс}$ точки M определим из равенства

$$\upsilon_{абс} = \sqrt{\upsilon_{отн}^2 + \upsilon_{пер}^2 + 2\upsilon_{отн}\upsilon_{пер}\cos(\vec{\upsilon}_{отн}\,\widehat{,}\,\vec{\upsilon}_{пер})} = \sqrt{10{,}5^2 + 27{,}25^2} \approx 29{,}2\ см/с.$$

Вектор абсолютной скорости $\vec{\upsilon}_{abc}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного по равенству

$$\vec{\upsilon}_{abc} = \vec{\upsilon}_{пер} + \vec{\upsilon}_{отн}.$$

Задача 8. Плоскопараллельное движение твердого тела

Кривошип $OA=r$ вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω и приводит в движение шатун $AB=l$ и ползун B. Для заданного положения механизма найти скорость и ускорение ползуна B.

Примечание. Если данные таковы, что шатун окажется перпендикулярным направляющей ползуна (схемы I, VI), то вместо заданного угла β следует принять β=15^0.

Схемы к задаче приведены на *рис. 8*, численные данные – в табл. 8.

Таблица 8

Цифры шифра	3-я цифра шифра		2-я цифра шифра		1-я цифра шифра	
	номер схемы	ω, $\frac{рад}{с}$	r, см	l, см	углы, град	
					α	β
1	I	10	20	30	30	60
2	II	9	24	36	45	30
3	III	8	30	40	60	45
4	IV	7	36	48	30	15
5	V	6	40	50	45	60
6	VI	5	48	56	60	15
7	VII	4	50	60	30	45
8	VIII	3	56	64	30	30
9	IX	2	60	70	45	15
0	X	1	64	80	60	60

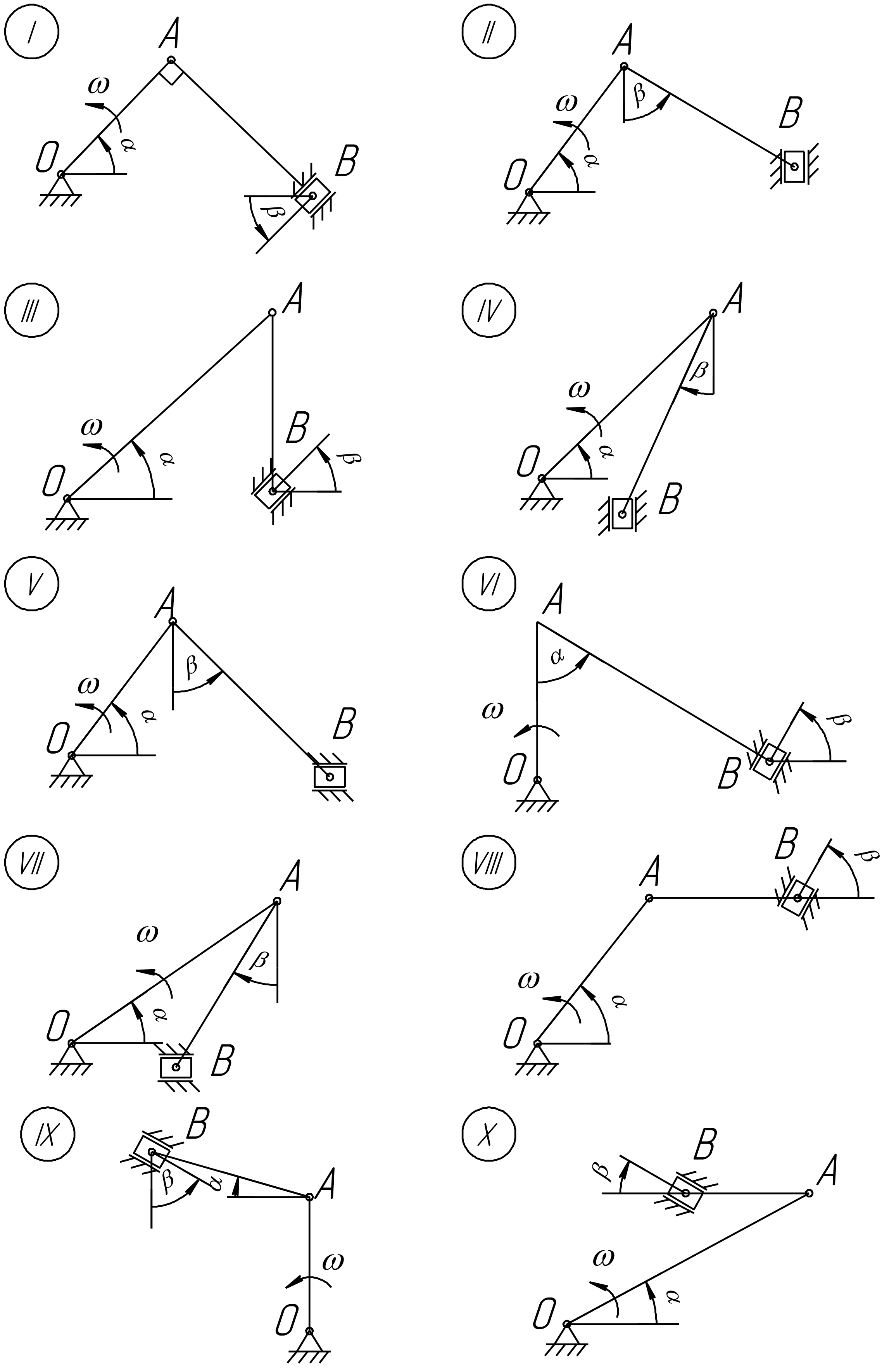

I
A
ω
α
O
B
β
II
A
β
ω
B
α
O
III
A
ω
B
α
β
O
IV
A
β
ω
O
α
B
V
A
ω
β
O
α
B
VI
A
α
ω
β
O
B
VII
A
ω
β
O
α
B
VIII
B
β
A
ω
α
O
IX
B
β
α
A
ω
O
X
B
β
A
ω
α
O

Рис. 8

Пример выполнения задачи 8

Задача 8 относится к плоскому движению твердого тела. Скорость ползуна для данного положения механизма можно вычислить как при помощи теоремы о проекции скоростей двух точек тела, так и с помощью мгновенного центра скоростей шатуна.

Для этого необходимо знать скорость какой-нибудь точки шатуна (например, точки *A*) и направление скорости ползуна.

Ускорение ползуна в данный момент времени можно найти с помощью векторной формулы распределения ускорений точек плоской фигуры, спроектировав ее на два взаимно перпендикулярные направления. В качестве полюса удобно принять точку *A*.

Решение задачи 8 рассмотрим на примере варианта, соответствующего шифру 000. Из таблицы 8 принимаем схему X, $\omega = 1 рад/с, \tau = 64 см, \ell = 72 см, \alpha = 60^o, \beta = 60^o$ (рис. 8.1).

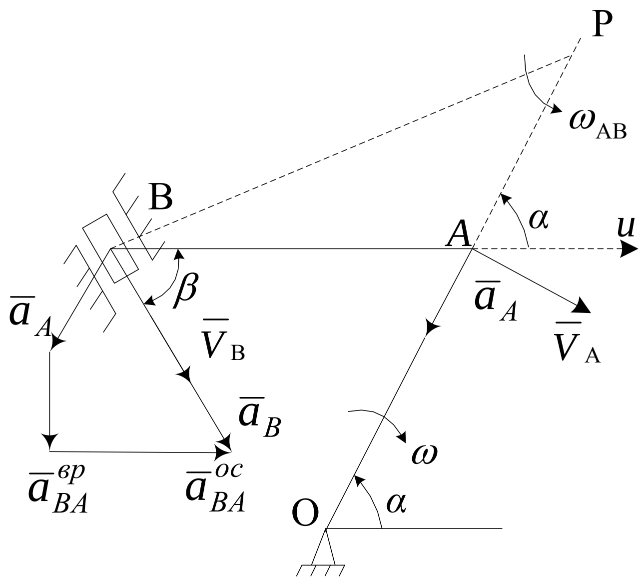


Рис. 8.1.

1. Скорость точки *A*, как вращательную вокруг неподвижной точки *O*, определим по равенству

$$\upsilon_A = \omega \cdot OA = 1 \cdot 64 = 64 см/с\ .\ u$$

Для определения скорости точки *B* определим положение мгновенного центра скоростей *P*, для чего покажем направления скоростей точек *A* и *B*, а затем из точек *A* и *B* восстановим перпендикуляры к их скоростям $\vec{\upsilon}_A$ и $\vec{\upsilon}_B$. Точка пересечения перпендикуляров будет являться мгновенным центром скоростей *P*.

Рассматривая плоское движение шатуна в данный момент времени как вращательное относительно мгновенного центра скоростей *P*, определим угловую скоростей шатуна ω_{AB}

$$\omega_{AB} = \frac{\upsilon_A}{AP}$$

Расстояние *AP* определим из Δ ABP по теореме синусов

$$\frac{AP}{\sin(90^o-\alpha)}=\frac{AB}{\sin(\alpha-\beta-90^o)}=\frac{BP}{\sin(180^o-\alpha)}$$

$$AP=AB=80 \text{ см}$$

$$\omega_{AB}=\frac{64}{80}=0{,}8 \text{ рад/с.}$$

Скорость точки *B* определим как вращательную относительно мгновенного центра скоростей *P*

$$\vec{\upsilon}_B=\omega_{AB}\cdot BP;$$

$$\text{из } \Delta ABP\text{: } BP= AB\cdot\frac{\sin 120^o}{\sin 30^o}=80\cdot\frac{0{,}866}{0{,}5}=138{,}5\,см$$

$$\upsilon_B=0{,}8\cdot 138{,}5=110{,}8\, см/с$$

2. Ускорение ползуна *B* определим с помощью векторного равенства

$$\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^{ос}+\vec{a}_{BA}^{вр},\ (*)$$

Здесь $\vec{a}_A$ *– ускорение точки A, выбранной за полюс*;

$\vec{a}_{BA}^{ос}$ *– осестремительное ускорение*;

$\vec{a}_{BA}^{вр}$ *– вращательное ускорение точки B во вращательном движении вокруг полюса*.

Ускорение точки А кривошипа при равномерном его вращении вокруг неподвижной оси О состоит только из осестремительной составляющей $\vec{a}_A=\vec{a}_{BA}^{ос}$. Модуль ускорения точки А определяется равенством $a_A=a_{BA}^{ос}$=OA$\cdot\,\omega^2$ =$64\cdot 1^2$=64 см/с^2.

Осестремительное ускорение точки В относительно точки А определяется по формуле

$$a_{BA}^{ос}=\text{AB}\cdot\omega_{AB}^2=80\cdot 0{,}8^2=51{,}2 \text{ см/с}^2$$

Проектируя векторное равенство (*) на ось *u*, проходящую через точки А и В, получим

$$a_B\cdot\cos\beta= -\ a_A\cdot\cos\alpha+a_{BA}^{вр}$$

отсюда

$$a_B=\frac{1}{\cos\beta}\cdot\left(-a_A\cdot\cos\alpha+a_{BA}^{ос}\right),$$

$$a_B=\frac{1}{0{,}5}\cdot(-64\cdot 0{,}5+51{,}2)=38{,}4 \text{ см/с}^2.$$

Из векторного равенства видно, что вектор ускорения точки В $\vec{a}_B$ направлен в ту же сторону, что и вектор скорости $\vec{\upsilon}_B$ (*рис.8.1*).

Задача 9. Решение второй задачи динамики материальной точки

Условие №1. Тяжелая материальная точка M брошена под углом α к горизонту со скоростью $\vec{\upsilon}_0$. В начальный момент времени точка находилась в положении M_0. Пренебрегая сопротивлением среды, определить уравнения движения точки.

Условие №2. Тело M весом $\vec{P}$ брошено вертикально вверх (схема V) или вниз (схема VI) со скоростью $\vec{\upsilon}_0$. При движении на тело действует сила ветра $\vec{F}$. В начальный момент времени тело находилось в положении M_0. Определить уравнения движения тела.

Условие №3. Груз весом $\vec{P}$ движется прямолинейно по горизонтальной плоскости. На груз действует сила $\vec{F}$, составляющая с горизонталью угол α. Коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен *f*. В начальный момент времени (положение M_0) груз находился на расстоянии a от начала координат и имел скорость $\vec{\upsilon}_0$. Определить уравнение движения груза.

Условие №4. Груз весом $\vec{P}$ движется вверх (схема IX) или вниз (схема X) по негладкой наклонной плоскости. Коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен *f*. В начальный момент времени (положение M_0) груз находился на расстоянии a от начала координат и имел скорость $\vec{\upsilon}_0$. Определить уравнение движения груза.

Примечание. Для схем VIII и IX определить уравнение движения груза на первом этапе, когда движение происходит в направлении начальной скорости.

Схемы к задаче приведены на *рис. 9*, численные данные – в табл. 9.

Таблица 9

Цифры шифра	2-я цифра шифра	3-я цифра шифра			1-я цифра шифра		3-я цифра шифра		
	υ_0, $\frac{м}{c}$	номер условия	номер схемы	f	α, град	a, м	b, м	F, Н	P, Н
1	21	1	I	-	30	4,5	2,0	-	-
2	22	1	II	-	45	5,0	2,5	-	-
3	23	1	III	-	60	5,5	3,0	-	-
4	24	1	IV	-	30	6,5	3,5	-	-
5	25	2	V	-	45	6,5	-	5	20
6	26	2	VI	-	60	7,0	-	10	30
7	27	3	VII	0,10	30	7,5	-	15	40
8	28	3	VIII	0,12	45	8,0	-	20	50
9	29	4	IX	0,14	60	8,5	-	-	20
0	30	4	X	0,16	30	9,0	-	-	30

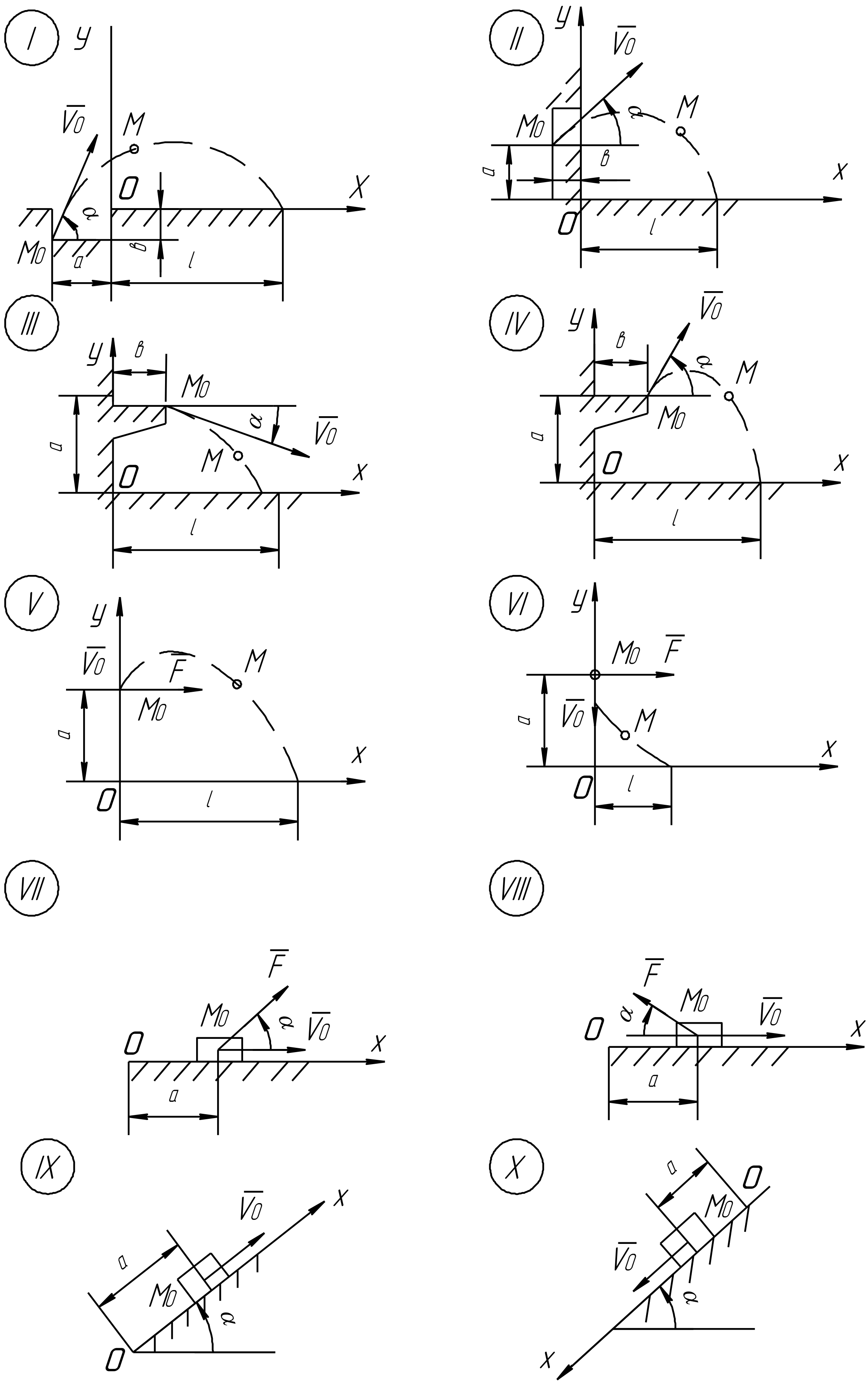


Рис. 9

Пример выполнения задачи 9

При решении задачи 9 следует изобразить движущееся тело в произвольном положении и показать все действующие на тело силы. Затем составить дифференциальные уравнения движения (два при криволинейном и одно при прямолинейном движениях) и проинтегрировать их. Значения постоянных интегрирования определить из начальных условий.

В качестве примера рассмотрим решение задачи 9(условие №4), соответствующей варианту по шифру 000. По данным таблицы 9 принимаем схему X, υ_o=30м/с, f =0,16, $\alpha = 30^\circ$, a=9м (*рис. 9.1*).

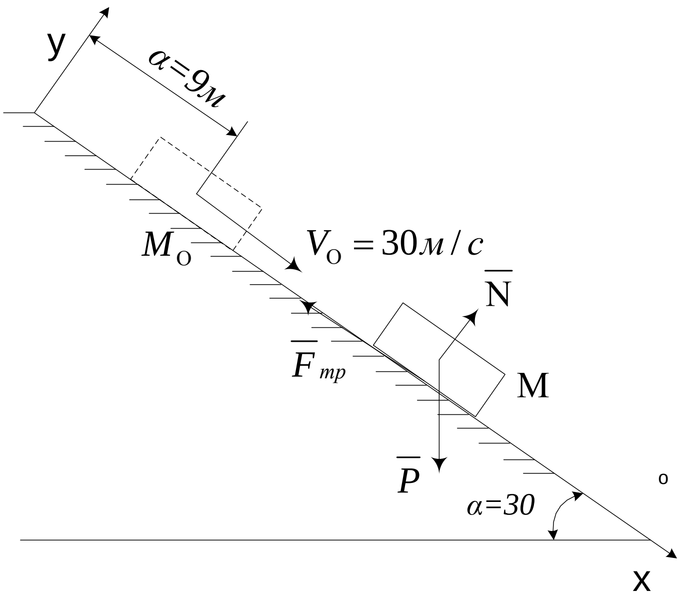


Рис. 9.1.

1. Пусть тело в произвольный момент времени t занимает положение *M* на наклонной плоскости. Освободим тело от связи (наклонной плоскости) и приложим к телу реакцию связи в виде нормальной составляющей $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{тр}$. Тогда наряду с активной силой $\vec{P}$ (весом тела) на тело будет действовать система трех сил ($\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{тр}$), под действием которых тело будет совершать движение по шероховатой наклонной плоскости.

2. Примем тело за материальную точку. Проектируя основное уравнение динамики точки $m \cdot \vec{a} = \sum_{s=1}^{3} \vec{F}_s$ на оси декартовых координат *Ox* и *Oy* (ось *Ox* совпадает с направлением движения точки), получим два дифференциальных уравнения

$$m \cdot \ddot{x} = \sum F_{sx} = P \cdot \sin\alpha - F_{тр}, \quad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y} = \sum F_{sy} = N - P \cdot \cos\alpha. \quad (2)$$

Здесь m – масса точки; $\ddot{x}, \ddot{y}$ – проекции ускорения точки на соответствующие оси. Так как тело движется прямолинейно вдоль оси *Ox*, то проекция ускорения на ось *Oy* равна нулю. Следовательно, имеем $\ddot{y}=0$ (3)

Сила трения по закону Кулона равна $F_{тр} = f \cdot N$ (4)

Уравнения (1-4) образуют замкнутую систему, из которой определим уравнение движения тела по шероховатой наклонной плоскости.

Из уравнения (4) с учетом уравнений (2) и (3) получим

$$F_{тр} = f \cdot P \cdot \cos\alpha$$

Подставляя $F_{тр}$ в уравнение (1), получим дифференциальное уравнение

$$m \cdot \ddot{x} = P \cdot \sin\alpha - f \cdot P \cdot \cos\alpha$$

После замены $m = \dfrac{P}{\text{g}}$ и $\ddot{x} = \dfrac{d\upsilon}{dt}$, где g – ускорение свободного падения тела, а υ – скорость тела, получим

$$\frac{P}{q} \cdot \frac{d\upsilon}{dt} = P \cdot \sin\alpha - f \cdot P \cdot \cos\alpha .$$

Разделив переменные и сделав очевидные преобразования, проинтегрируем дифференциальное уравнение с учетом начальных условий (при $t = 0, \upsilon = \upsilon_o$)

$$\int_{\upsilon_o}^{\upsilon} d\upsilon = \int_{o}^{t} \text{g} \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) \cdot dt,$$

$$\upsilon = \upsilon_o + g \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) \cdot t \qquad (5)$$

Проинтегрируем еще раз равенство (5) с учетом $\upsilon = \dfrac{dS}{dt}$ и начальных условий (при $t = 0, S = S_o = a$).

$$\int_{S_o}^{S} dS = \int_{o}^{t} [\upsilon_o + g \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) \cdot t] \cdot dt,$$

$$S = S_o + \upsilon_o \cdot t + g \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} \qquad (6)$$

Подставив в полученное равенство значения заданных величин, окончательно получим уравнение движения груза

$$S = 9 + 30 \cdot t + 9{,}81 \cdot (\sin 30^\circ - 0{,}16 \cdot \cos 30^\circ) \cdot \frac{t^2}{2} = = 9 + 30 \cdot t + 1{,}77 \cdot t^2 .$$

Задача 10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии для определения скорости тела

Однородный каток *B* весом $\vec{Q}$ и радиусом *R* соединен гибкой нерастяжимой нитью с грузом *A* весом $\vec{P}$. Нить переброшена через невесомый блок *O* радиуса *r*. К оси катка *C* (схемы I-V) или к грузу *A* (схемы VI-VIII) или к свободному концу нити (схемы IX-X) приложена сила $F = \psi(s)$, зависящая от величины перемещения *s*. Каток катится без скольжения; коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен *f*, момент сил сопротивления в подшипнике блока равен *M*. Определить скорость груза А, когда он переместится на величину *s*. В начальный момент времени система находилась в покое.

Схемы к задаче приведены на *рис. 10*, численные данные – в табл. 10.

Таблица 10

Цифры шифра	3-я цифра шифра			2-я цифра шифра			1-я цифра шифра		
	номер схемы	α, град	f	r, см	s, м	M, Нм	силы, кН		
							P	Q	F
1	I	30	0,06	12	2,1	120	1,1	3,1	$8{,}1 + 0{,}5s$
2	II	45	0,07	14	2,2	140	1,2	3,3	$8{,}2 + 0{,}4s$
3	III	60	0,08	16	2,3	160	1,3	3,3	$8{,}3 + 0{,}3s$
4	IV	30	0,09	18	2,4	180	1,4	3,4	$8{,}4 + 0{,}2s$
5	V	45	0,10	20	2,5	200	1,5	3,5	$8{,}5 + 0{,}1s$
6	VI	60	0,06	22	2,6	220	1,6	3,6	$8{,}6 + 0{,}5s$
7	VII	30	0,07	24	2,7	240	1,7	3,7	$8{,}7 + 0{,}4s$
8	VIII	45	0,08	26	2,8	260	1,8	3,8	$8{,}8 + 0{,}3s$
9	IX	60	0,09	28	2,9	280	1,9	3,9	$8{,}9 + 0{,}2s$
0	X	30	0,10	30	3,0	300	2,0	4,0	$9{,}0 + 0{,}1s$

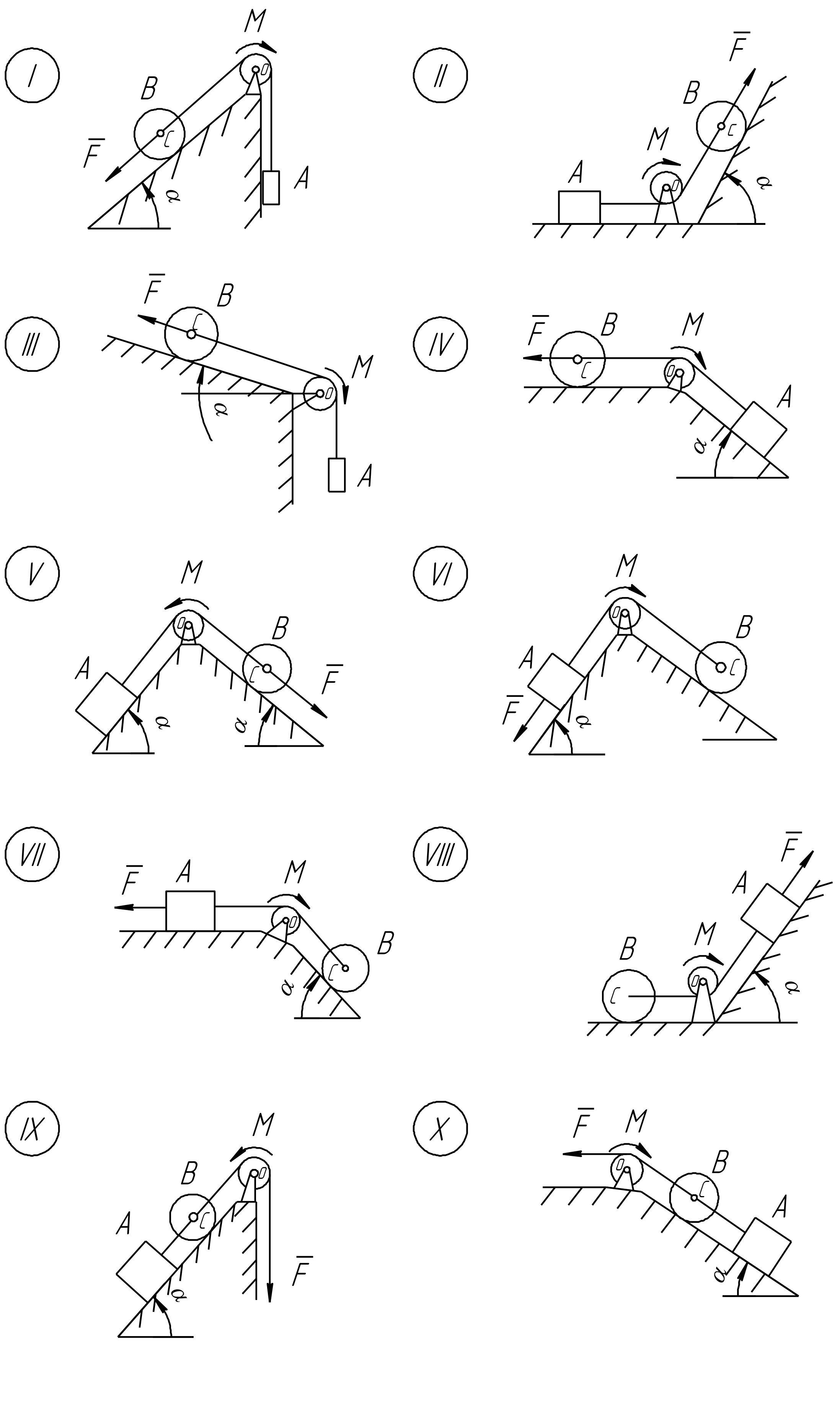


Рис. 10

Пример выполнения задачи 10

Задачу 10 надо решить, применив теорему об изменении кинетической энергии системы (каток-груз-нить-блок). Для этого необходимо: на рисунке изобразить все силы и вычислить их работу на заданном перемещении; вычислить кинетическую энергию системы в начальном и конечном положениях.

Решим задачу 10 по варианту, соответствующему условному шифру 000. По данным таблицы 10 принимаем схему X, $\alpha = 30^\circ$, $f = 0{,}10,\ z = 30см,\ S = 3{,}0м,\ M = 300Н \cdot м,\ P = 2кН,\ Q = 4кН,\ F = 9{,}0 + 0{,}15(кН)$ (*рис. 10.1*).

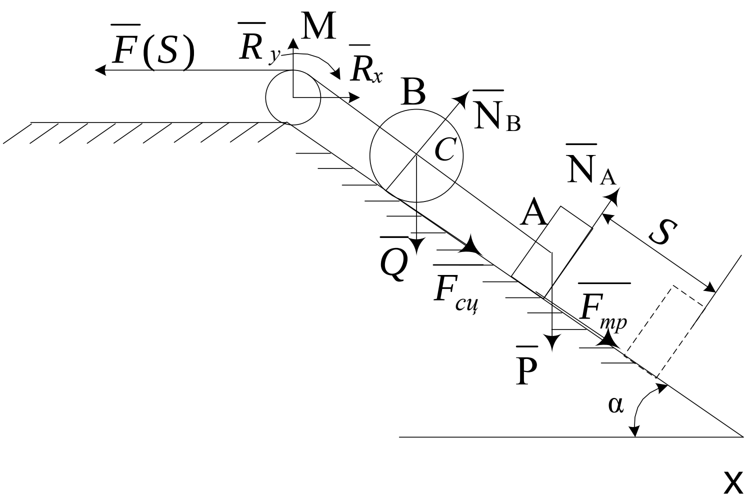


Рис. 10.1.

Система сил, действующих в данной системе: активные силы ($\vec{F}, \vec{Q}, \vec{P}$), реакции связей ($\vec{N}_A, \vec{N}_B, \vec{F}_{сц}, \vec{F}_{тр}, \vec{R}_x, \vec{R}_y$) и момент трения в блоке M.

По теореме об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_o = \sum A[\vec{F}_s^{(e)}] + \sum A[\vec{F}_s^{(i)}] \quad (1)$$

Здесь T и T_o – *кинетическая энергия системы соответственно в данный и начальный момент времени*; $\sum A[\vec{F}_s^{(e)}]$ и $\sum A[\vec{F}_s^{(i)}]$ – *суммы работ соответственно всех внешних и внутренних сил, действующих в данной системе.*

По условию задачи, система в начальный момент находилась в покое, следовательно, T_o=0 (2). Кроме того, тела системы абсолютно твердые, а нить гибкая и нерастяжимая, то

$$\sum A[\vec{F}_s^{(i)}] = 0 \qquad (3)$$

Кинетическая энергия системы (каток-груз) в данный момент времени равна

$$T = \frac{m_A \cdot \upsilon_A^2}{2} + \left(\frac{m_B \cdot \upsilon_C^2}{2} + \frac{I_{zc} \cdot \omega_B^2}{2} \right) \quad (4)$$

Здесь $m_A = \dfrac{P}{g}$ и $m_B = \dfrac{Q}{g}$ – *массы груза и катка*;

$I_{zc} = \dfrac{Q \cdot R^2}{2 \cdot g}$ – *момент инерции катка относительно оси вращения*;

$\upsilon_A = \upsilon_C$ – *скорость груза А и точки С катка*; $\omega_B = \dfrac{\upsilon_C}{R}$ – *угловая скорость катка*. Подставляя эти величины в равенство (4) получим:

$$T = \frac{P \cdot \upsilon_A^2}{2 \cdot g} + \left(\frac{Q \cdot \upsilon_C^2}{2 \cdot g} + \frac{Q \cdot R^2 \cdot \upsilon_C^2}{2 \cdot g \cdot 2 \cdot R^2} \right) = \frac{\upsilon_A^2}{2 \cdot g} \cdot \left(P + 1{,}5 \cdot Q\right). \quad (5)$$

Сумма работ всех внешних сил системы равна

$$\sum_{s=1}^{8} A[\vec{F}_s^{(e)}] = A(\vec{F}) + A(\vec{P}) + A(\vec{Q}) + A(\vec{N}_A) + A(\vec{N}_B) + A(\vec{F}_{сц}) + A(\vec{F}_{тр}) + A(M) /$$

Работа сил $\vec{N}_A$ и $\vec{N}_B$ равна нулю, так как направления этих сил составляют прямой угол с направлением скоростей $\vec{\upsilon}_A$ и $\vec{\upsilon}_C$. Работа силы сцепления $\vec{F}_{сц}$ и сил реакции $\vec{R}_x$ и $\vec{R}_y$ равны 0, так как эти силы приложены к неподвижной точке. Работу сил $\vec{F}, \vec{P}, \vec{Q}, \vec{F}_{тр}, M$ определим следующим образом:

$$A(\vec{F}) = \int_0^S F \cdot dS = \int_0^S (9{,}0 + 0{,}1 \cdot S) \cdot dS = 9 \cdot S + 0{,}05 \cdot S^2$$

$$A(\vec{P}) = -P \cdot \sin\alpha \cdot S$$

$$A(\vec{Q}) = -Q \cdot \sin\alpha \cdot S$$

$$A(\vec{F}_{тр}) = -f \cdot P \cdot \cos\alpha \cdot S$$

$$A(M) = -M \cdot \varphi = -M \cdot \frac{S}{r}$$

Таким образом

$$\sum A[\vec{F}_s^{(e)}] = S \cdot \left[9 + 0{,}05 \cdot S - P \cdot \sin\alpha - Q \cdot \sin\alpha - f \cdot P \cdot \cos\alpha - \frac{M}{r} \right] \quad (6)$$

Подставляя равенства (2), (3), (5), (6) в выражении (1), окончательно получим:

$$\frac{\upsilon_A^2}{2 \cdot g} \cdot (P + 1{,}5 \cdot Q) = S \cdot \left[9 + 0{,}05 \cdot S - P \cdot \sin\alpha - Q \cdot \sin\alpha - f \cdot P \cdot \cos\alpha - \frac{M}{r} \right]$$

Отсюда скорость груза А, когда он переместится на величину S=3м, будет равна

$$\upsilon_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot S \cdot \left[\frac{9 + 0{,}05 \cdot S - P \cdot \sin\alpha - Q \cdot \sin\alpha - f \cdot P \cdot \cos\alpha - \frac{M}{r}}{P + 1{,}5 \cdot Q} \right]} =$$

$$\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 3\cdot\left[\frac{9+0{,}05\cdot S-2\cdot 0{,}5-4\cdot 0{,}5-0{,}10\cdot 2\cdot 0{,}865-\dfrac{0{,}3}{0{,}3}}{2+1{,}5\cdot 4}\right]}=6{,}05\,\frac{м}{с}.$$

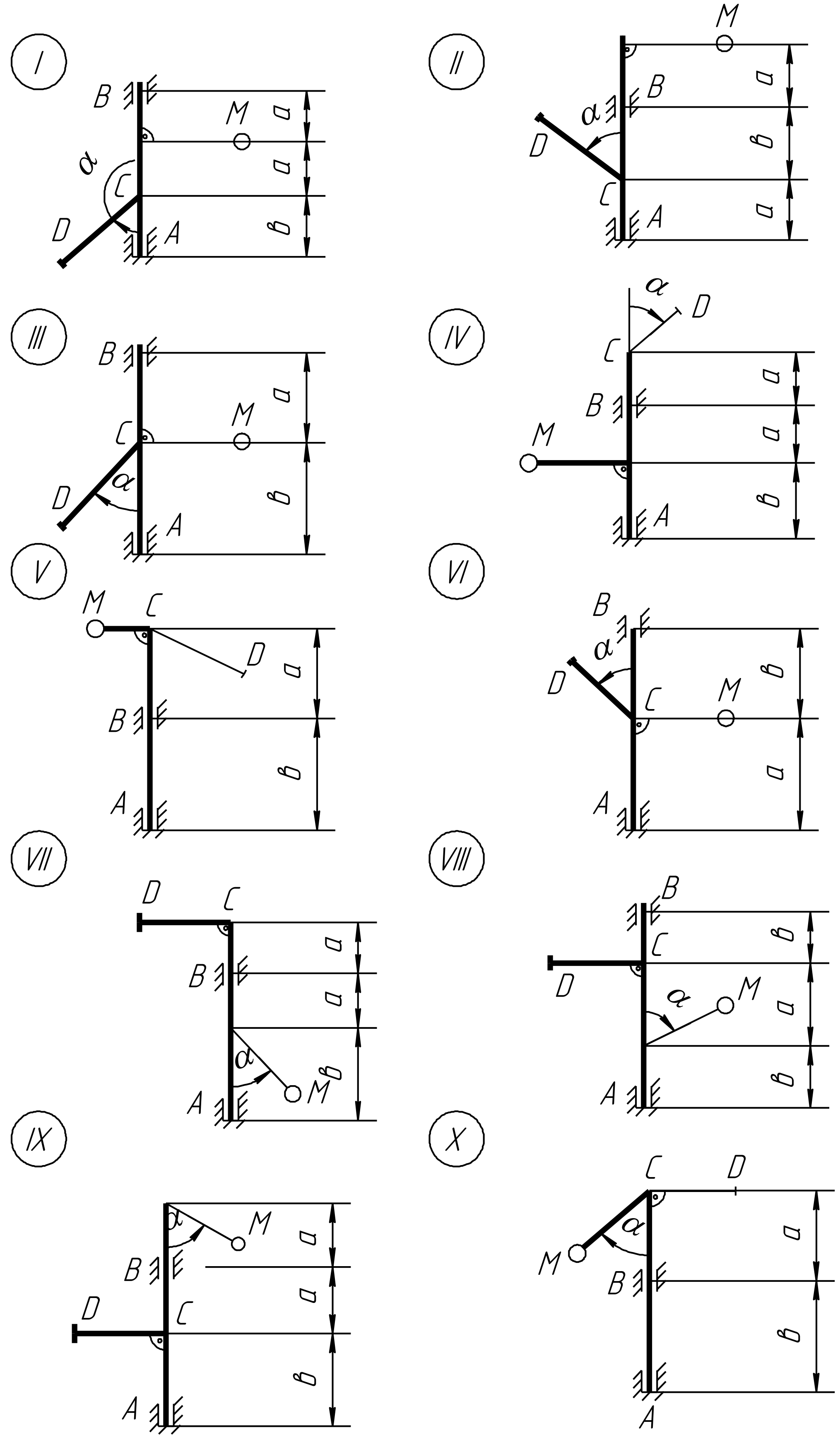
Задача 11. Применение принципа Даламбера для определения реакций опор

К вертикальному валу весом $\vec{Q}$ жестко приварен невесомый стержень длиной l_1, с точечным грузом M весом $\vec{P}_1$ на конце и тонкий однородный стержень CD длиной l_2 и весом $\vec{P}_2$, лежащие в одной плоскости. Определить реакции подпятника A и цилиндрического подшипника B, если вал вращается равномерно со скоростью n оборотов в минуту.

Схемы к задаче приведены на *рис. 11*, численные данные – в табл. 11.

Таблица 11

Цифры шифра	3-я цифра шифра			2-я цифра шифра			1-я цифра шифра			
	номер схемы	α, град	n, $\frac{об}{мин}$	силы, Н			длины, см			
				Q	P_1	P_2	a	b	l_1	l_2
1	I	30	150	62	12	30	42	60	12	30
2	II	45	300	64	14	28	44	58	14	28
3	III	60	450	66	16	26	46	56	16	26
4	IV	90	600	68	18	24	48	54	18	24
5	V	120	750	70	20	22	50	52	20	22
6	VI	135	900	72	22	20	52	50	22	20
7	VII	150	1050	74	24	18	54	48	24	18
8	VIII	210	1200	76	26	16	56	46	26	16
9	IX	240	1350	78	28	14	58	44	28	14
0	X	300	1500	80	30	12	60	42	30	12



I
B M a α a C D A в
II
M a α B D в C A a
III
B a C M D α в A
IV
α D C a B a M в A
V
M C D a B в A
VI
B α D C M в A a
VII
D C a B a α A M в
VIII
B в C D α M a A в
IX
α M a B D C a A в
X
C D α a M B в A

Рис. 11

Пример выполнения задачи 11

При решении задачи 11 необходимо воспользоваться принципом Даламбера, позволяющим записать уравнение движения системы в форме уравнений равновесия. С этой целью на рисунке надо показать активные силы, реакций опор, силы инерции точечного груза и равнодействующую сил инерции стержня CD; составить уравнения «равновесия» плоской системы сил в выбранной системе координат; решить эти уравнения.

Решим задачу 11 по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 11 принимаем схему X, $\alpha = 300^\circ$, $n = 1500\dfrac{об}{мин}$, $Q = 80H$, $P_1 = 30H$, $P_2 = 12H$, $a = 60см$, $b = 42см$, $\ell_1 = 30см$, $\ell_2 = 12см$ (*рис. 11.1*).

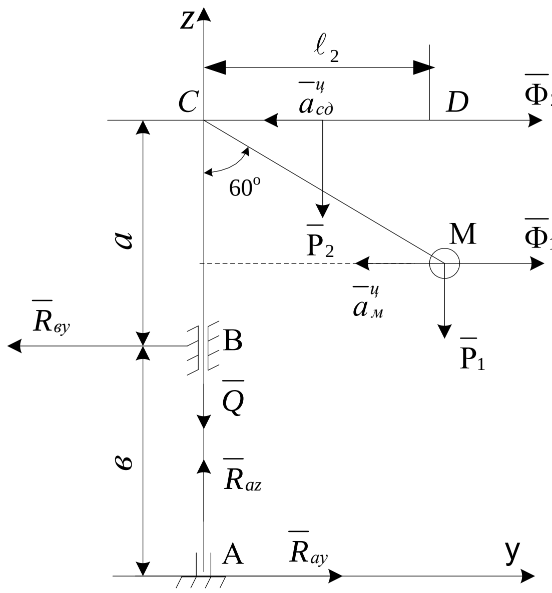


Рис. 11.1.

Примем декартову систему координат *zAy*, начало которой поместим в точке *A*, а ось *Az* направим вверх по оси вала.

На вал действует плоская система сил: $(\vec{Q}, \vec{P}_1, \vec{P}_2)$ – *активные силы*; $\left(\vec{R}_{ay}, \vec{R}_{az}, \vec{R}_{в}\right)$ - *реакции связей подпятника A и цилиндрического подшипника B*. Присоединим к ним мысленно силы инерции груза $M - \vec{\Phi}_1$ и стержня $CD - \vec{\Phi}_2$.

Так как вал вращается равномерно ($\varepsilon = 0$), то касательные составляющие сил инерции равны нулю и, следовательно, силы инерции груза M и стержня CD соответственно равны

$$\Phi_1 = \frac{P_1}{g}\cdot\omega^2\cdot\ell_1\cdot\sin 60^\circ,\ \Phi_2 = \frac{P_1}{g}\cdot\omega^2\cdot\frac{\ell_2}{2}, \quad (1)$$

где $\omega = \dfrac{\pi\cdot n}{30}$ – *угловая скорость вращения вала*. Направление сил $\bar{\Phi}_1$ и $\bar{\Phi}_2$ показано на рисунке 11.1.

Согласно принципу Даламбера, система активных сил ($\vec{Q}, \vec{P}_1, \vec{P}_2$), реакций связей $\left(\vec{R}_{ay}, \vec{R}_{az}, \vec{R}_{в}\right)$ и сил инерции ($\vec{\Phi}_1, \vec{\Phi}_2$) образуют «уравновешенную» плоскую систему сил, для которой можно составить три уравнения равновесия

$$\sum M_A(\vec{F}_s) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_s) = 0, \quad \sum F_{sz} = 0. \quad (2)$$

Из этих уравнений определим реакции подшипника В и подшипника А.

$$R_{вy} = \frac{1}{b} \cdot \left[P_1 \cdot \ell_1 \cdot \sin 60^\circ + P_2 \cdot \frac{\ell_2}{2} + \Phi_1 \cdot \left(a + b - \ell_1 \cdot \cos 60^\circ\right) + \Phi_2 \cdot (a+b) \right] =$$

$$= \frac{P_1 \cdot \ell_1 \cdot \sin 60^\circ + 0{,}5 \cdot P_2 \cdot \ell_2}{b} +$$

$$+ \frac{\omega^2 \cdot \left[P_1 \cdot \ell_1 \cdot \sin 60^\circ \cdot \left(a + b - \ell_1 \cdot \cos 60^\circ\right) + 0{,}5 \cdot P_2 \cdot \ell_2 \cdot (a+b)\right]}{b \cdot q} =$$

$$= \frac{30 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 60^\circ + 0{,}5 \cdot 0{,}12 \cdot 12}{0{,}42} +$$

$$+ \frac{(\pi \cdot 1500)^2 \cdot \left[30 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 60^\circ \cdot (0{,}6 + 0{,}42 - 0{,}3 \cdot 0{,}5) + 0{,}5 \cdot 12 \cdot 0{,}12 \cdot (0{,}6 + 0{,}42)\right]}{30^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}42} =$$

=20+45006=45026Н=45кН;

$$R_{ay} = \frac{1}{b} \cdot \left[P_1 \cdot \ell_1 \cdot \sin 60^\circ + P_2 \cdot \frac{\ell_2}{2} + \Phi_1 \cdot \left(a - \ell_1 \cdot \cos 60^\circ\right) + \Phi_2 \cdot a \right] =$$

$$= \frac{30 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 60^\circ + 0{,}5 \cdot 0{,}12 \cdot 12}{0{,}42} +$$

$$+ \frac{(\pi \cdot 1500)^2 \cdot \left[30 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 60^\circ \cdot (0{,}8 - 0{,}3 \cdot 0{,}5) + 0{,}5 \cdot 12 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}6\right]}{30^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}42} =$$

=20+23591=23811Н$\approx$23,6кН;

$$R_{az} = Q + P_1 + P_2 = 80+30+12=122\text{Н} \approx 0{,}12\text{кН}$$

Для проверки составим уравнение равновесия в форме $\sum F_{SZ} = 0$

$$\Phi_1 + \Phi_2 + R_{ay} + R_{вy} = 0,$$

$$\frac{\omega^2}{q} \cdot \left(P_1 \cdot \ell_1 \cdot \sin 60^\circ + 0{,}5 \cdot P_2 \cdot \ell_2\right) + R_{ay} - R_{вy} = 0,$$

$$\frac{(\pi \cdot 1500)^2}{30^2 \cdot 9{,}81} \cdot \left(30 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 60^\circ + 0{,}5 \cdot 12 \cdot 0{,}12\right) + 23611 - 45026 = 0,$$

$$21415+23611-45026=0,$$

$$45026-45026=0\ !$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов – 13-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2003. – 416 с.
2. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика/ Под ред. А.И.Кириллова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 387 с.
3. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч. 1,2. – М.: Высшая школа, 1984.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Под ред. А.А. Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978.
5. Ковалев Н.А. Прикладная механика. – М.: Высшая школа, 1998. – 400 с.
6. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная механика. – М.: Машиностроение, 1996. – 576 с.
7. Полянин В.Д., Путятин Б.В., Ильин В.Н. и др. Прикладная механика. Ч 1. Механика недеформируемого твердого тела. Учебно-методическое пособие. – М.: Академия ГПС МВД РФ, 2001. – 77 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Таблица П 1

Единицы Международной системы, встречающиеся в расчетах

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы	Размер единицы
Основные единицы			
Длина	метр	м	
Время	секунда	с	
Масса	килограмм	кг	
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	рад	
Производные единицы			
Площадь	квадратный метр	$м^2$	$(1м)^2$
Объем	кубический метр	$м^3$	$(1м)^3$
Момент сопротивления плоской фигуры	кубический метр	$м^3$	$(1м)^3$
Момент инерции плоской фигуры	метр в четвертой степени	$м^4$	$(1м)^4$
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	$(1кг)/(1м)^3$
Скорость	метр в секунду	м/с	(1м)/(1с)
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	(1рад)/(1с)
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	$(1м)/(1с)^2$
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	$рад/с^2$	$(1рад)/(1с)^2$
Сила	ньютон	Н	$(1кг)\cdot(1м)/(1с)^2$
Момент силы, пара сил	ньютон на метр	Н·м	(1Н)·(1м)
Механическое напряжение, давление	паскаль	Па	$(1Н)/(1м)^2$
Работа, энергия	джоуль	Дж	(1Н)·(1м)
Мощность	ватт	Вт	(Дж)/(1с)

Таблица П 2

Приставки для образования кратных и дольных единиц

Приставка	Сокращенное обозначение	Множитель, на который умножаются единицы СИ	Приставка	Сокращенное обозначение	Множитель, на который умножаются единицы СИ
тера	Т	10^{12}	деци	д	10^{-1}
гига	Г	10^{9}	санти	с	10^{-2}
мега	М	10^{6}	милли	м	10^{-3}
кило	к	10^{3}	микро	мк	10^{-6}
гекто	г	10^{2}	нано	н	10^{-9}
дека	да	10	пико	п	10^{-12}

Приложение 2

М Ч С РОССИИ

УРАЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ
ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ

Кафедра общетехнических дисциплин

КОНТРОЛЬНАЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА
ПО ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ №

Вариант – 000

Разработчик:
курсант (слушатель) группы

(подпись и число)

Преподаватель:

(подпись и число)

Начальник кафедры:
подполковник внутренней службы, к. п. н. Н.Н. Мичурова
(подпись и число)

Екатеринбург
2007

Бажутин В.В., Юдакова Т.А.

Прикладная механика
Часть I

Методические указания и задания к контрольным расчетно-графическим работам по курсу «Прикладная механика»

Корректура В.Г. Раткевич
Подписано в печать 26.04.2007. Формат 30х42 1/8. Тираж 300 экз.
Объём 2,8 печ. л. Печать термография. Бумага писчая.

Отпечатано в копировально-множительном бюро
Уральского института ГПС МЧС России.

Екатеринбург, ул. Мира, 22